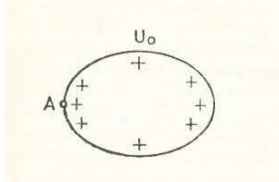


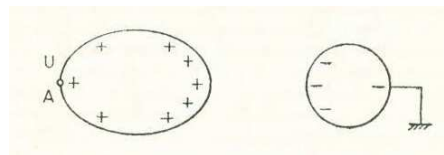
Три задачи от електростатика¹

Задача 1. Електрично поле се създава от положителни заряди, разположени върху изолиран проводник с произволна форма. Покажете, че при приближаване на заземен проводник потенциалът на изолирания проводник намалява.

Решение. Нека U_0 е потенциалът на изолирания проводник, когато в околното пространство няма други тела (фиг. 1).



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Когато се доближи втори, заземен проводник, върху него се индуцират отрицателни заряди и поради привличането, положителните заряди от изолирания проводник се преразпределят и, обща казано, се изтеглят към заземенния проводник (фиг. 2).

Нека т. A е най-отдалечената от заземенния проводник точка от изолирания проводник. Нейният потенциал (който е потенциал и на целия проводник!) е сума от потенциалите на две полета:

- А) от потенциала U^+ на полето, създадено от положителните заряди, и
- Б) от потенциала U^- на полето, създадено от индуцираните отрицателни заряди.

Тъй като сега положителните заряди са разположени по-далече от т. A , отколкото в първия случай, то и потенциалът им е по-малък от предишния, т.е. $U^+ < U_0$. От друга страна, отрицателните заряди създават отрицателен потенциал, така че $U^- < 0$. Тогава за общия потенциал U на изолирания проводник в т. A получаваме верижното неравенство:

$$U = U^+ + U^- < U^+ < U_0.$$

И тъй като потенциалът на т. A е потенциал на целия изолиран проводник, следва заключението, че наистина внасянето на заземен проводник винаги понижава потенциала заредения проводник.

Ако изолираният проводник бе зареден с отрицателни заряди, внасянето на заземен проводник би *повишило* потенциала му (Защо?). Затова обединявайки двата случая, можем да кажем, че *внасянето на заземен проводник в полето на зареден изолиран проводник намалява абсолютната стойност на потенциала му*. Разбира се, вярно е и обратното: *отдалечаването на заземен проводник от полето на зареден изолиран проводник увеличава абсолютната стойност на потенциала му*.

За решаването на следващите две задачи е необходимо да се има предвид, че собственият капацитет на един проводник зависи само от неговата форма, от размерите му и от свойствата на заобикалящия го диелектрик **само**, когато в околното пространство няма други проводници. Ако проводникът е част от система проводници (т.е. – когато не може да се пренебрегне влиянието на зарядите, разположени по други проводници), неговият собствен капацитет зависи както от собствените капацитети и на другите проводници, така и от взаимните капацитети между тях.

В най-простия случай на система от само два проводника със собствени капацитети C_1 и C_2 , и взаимен капацитет между тях C_{12} , връзката между зарядите q_1 и q_2 и потенциалите U_1 и U_2 на проводниците е линейна:

¹ Физика, 1987, 2, с. 46; 5, с. 47–48.

$$(1) \quad q_1 = C_1 U_1 - C_{12} U_2$$

$$(2) \quad q_2 = C_2 U_2 - C_{12} U_1.$$

Задача 2. Покажете, че собственият капацитет на един проводник нараства, когато близо до него се помести втори проводник.

Решение. От (1) при $U_2 = 0$ (т.е. при заземен втори проводник) следва, че $q_1 = C_1 U_1$. Това означава, че собственият капацитет на първия проводник е числено равен на заряда, който трябва да му придадем, за да бъде потенциалът му единица, при условие, че вторият проводник е заземен. (Забележете: подобно твърдение изказваме и в училище, но когато става дума за **един**, за **отделен** проводник. Тук разглеждаме система от **два** проводника, затова е необходима добавката “при условие, че вторият проводник е заземен”.)

Направеното заключение може да се използва за доказване на формулираното в задачата твърдение.

Нека е даден изолиран проводник, който носи такъв заряд, че потенциалът му е единица. Когато доближим до него втори, но заземен проводник, съгласно с резултата от Задача 1. потенциалът на изолирания проводник намалява (въпреки, че общият му заряд не се променя!). За да стане потенциалът отново единица, на проводника трябва да се придаде допълнителен заряд, това, според казаното по-горе, означава, че собственият му капацитет се е увеличил от приближаването на заземения проводник.

Задача 3. Два изолирани, заредени проводника с произволна форма са толкова далеч един от друг, че полето, създадено от зарядите на единия от тях, е пренебрежимо слабо в мястото, където се намира другият. Ще се различават ли състоянията на системата, които се установяват, ако:

а) съединим с тънка жица проводниците и, след установяване на статично състояние, я махнем;

б) пренесем и допрем един до друг проводниците, след което ги върнем на първоначалните им места? (При пренасянето проводниците са изолирани от околните тела.)

Решение. Нека C_1^0 и C_2^0 са собствените капацитети на проводниците, когато са раздалечени. Щом полето на зарядите на единия от тях е пренебрежимо слабо в мястото на другия, взаимният капацитет между проводниците може да се пренебрегне. Това означава, че ако q_1^0, q_2^0 и U^0 са съответно зарядите и общият потенциал на проводниците, което се установяват в случай а), когато са съединени с тънка² жица, връзките между тези величини ще бъдат:

$$(3) \quad q_1^0 = C_1^0 U^0 \quad \text{и} \quad q_2^0 = C_2^0 U^0.$$

Ако означим с $q = q_1^0 + q_2^0$ общия заряд на системата, от последните три равенства намираме:

$$(4) \quad U_0 = \frac{q}{C_1^0 + C_2^0}, \quad q_1^0 = \frac{C_1^0}{C_1^0 + C_2^0} q, \quad q_2^0 = \frac{C_2^0}{C_1^0 + C_2^0} q.$$

Във втория случай, случай б), в който проводниците се допират, следва че вече те образуват система и взаимният им капацитет не може да се пренебрегне, а собствените им капацитети няма да бъдат C_1^0 и C_2^0 (вж. Задача 2.). Нека C_1, C_2 и C_{12} са съответно собствените капацитети и взаимният капацитет на проводниците в системата

² Жицата трябва да бъде тънка, за да може да е пренебрегне частта от зарядите, която остава върху нея. В противен случа сумата от зарядите на съединените с нея проводници няма да бъде равна на общия начален заряд на двата проводника преди съединяването.

в този случай. Ако с q_1 и q_2 означим зарядите на проводниците, а с U – техният общ потенциал (допрени са!), съгласно с (1) и (2) връзките между тези величини имат вида:

$$(5) \quad q_1 = C_1 U - C_{12} U \quad \text{и} \quad q_2 = C_2 U - C_{12} U .$$

И тъй като общият заряд q на системата е същият както преди, т.е. $q = q_1 + q_2$, то от последните три равенства намираме:

$$(6) \quad U = \frac{q}{C_1 + C_2 - 2C_{12}}, \quad q_1 = \frac{C_1 - C_{12}}{C_1 + C_2 - 2C_{12}} q, \quad q_2 = \frac{C_2 - C_{12}}{C_1 + C_2 - 2C_{12}} q .$$

Сравнението между (4) и (6) показва, че в двата случая всеки от проводниците получава различен заряд: $q_1 \neq q_1^0$ и $q_2 \neq q_2^0$.

Когато след допирането всеки от проводниците се върне на мястото си, потенциалът му отново се определя само от неговия заряд и от неговия собствен капацитет (съответно C_1^0 и C_2^0). Ако означим тези потенциали с U_1 и U_2 , от (6) следва:

$$(7) \quad U_1 = \frac{q_1}{C_1^0} = \frac{C_1 - C_{12}}{C_1 + C_2 - 2C_{12}} \frac{q}{C_1^0}, \quad U_2 = \frac{q_2}{C_2^0} = \frac{C_2 - C_{12}}{C_1 + C_2 - 2C_{12}} \frac{q}{C_2^0} .$$

Сравнението между (4) и (7) показва, че в този случай потенциалите на проводниците са различни един от друг и освен това се различават от потенциала U_0 , който получават, когато, без да ги местим, ги съединим с тънка жица.

След като е решена тази задача, може да се реши и следната допълнителна задача, от която следва твърде странен извод.

Задача. Два проводника със собствени капацитети C_1 и C_2 и взаимен капацитет C_{12} са свързани с тънка жица и носят общ заряд q . За време Δt , без да се прекъсва връзката между проводниците, те се разместват в пространството така, че съответните капацитети придобиват нови стойности – съответно C_1', C_2' и C_{12}' . Намерете средния ток, протекъл по жицата по време на пренасянето.

Решение. При разместването на проводниците, заради промяната на капацитетите става преразпределение на зарядите между тях. Ако началните заряди са q_1 и q_2 , а крайните – съответно q_1' и q_2' , средният ток, протекъл за време Δt по жицата е:

$$I = \frac{|q_1 - q_1'|}{\Delta t} = \frac{|q_2 - q_2'|}{\Delta t} .$$

Като изразим зарядите от (6) за двата случая (преди и след разместването), получаваме:

$$I = \left| \frac{C_1 - C_{12}}{C_1 + C_2 - 2C_{12}} - \frac{C_1' - C_{12}'}{C_1' + C_2' - 2C_{12}'} \right| \frac{q}{\Delta t} .$$

Странното в случая, че по жицата протича ток, като няма нито ЕДН, нито потенциална разлика между краищата ѝ. Но ситуацията не е статична – има движение на проводниците.