

## Ток на отместване<sup>1</sup>

### Тенденции в обучението по физика в началото на 80-те години

В усъвършенстването на съдържанието на обучението по физика на второ ниво у нас се очертават две тенденции. Първата е за все по-пълно отразяване на фундаменталните физични теории в теоретичното ядро на училищния курс по физика. Втората тенденция се характеризира със значително изместване центъра на вниманието от простото запознаване на учениците със сведения и факти от различните раздели на физиката към използване на теорията за развиване на тяхното физично мислене.

Тези тенденции дават отражение и в нормативната учебна документация. Те са една от причините, поради които като основни задачи на обучението по физика в свободноизбираемата подготовка в 11. клас се сочат (1): “ – задълбочаване, систематизиране и обобщаване на по-високо теоретично равнище на знанията...; генерализацията на знанията около водещите идеи, принципи, модели, теории на физиката...”, а също така усвояване на обобщени научни знания за самия процес на познанието и формиране стил на физично мислене. При това систематизацията и обобщението не случайно се свързват с развитието на физичното мислене – при тях е съществен не само резултатът, но и самият начин, процесът на провеждане на систематизацията и обобщаването. Именно този процес е едно от най-ефективните средства за развиване на физичното мислене. Същевременно той води до засилване значението на теоретико-познавателните и светогледни аспекти на обучението, което представлява друга важна тенденция в неговото усъвършенстване.

### Електродинамиката – удобен модел на физична теория

Класическата електродинамика е една от физичните теории, които позволяват най-пълна реализация на споменатите тенденции и на произтичащите от тях задачи. Главна предпоставка за това е фактът, че в общозадължителната подготовка учениците изучават нейните основни закони и получават известна начална представа за теорията на Максвел за електромагнитното поле. Възможност за по-нататъшно систематизиране, обобщаване и задълбочаване до равнището на пълно отразяване на ядрото на тази теория в училищния курс по физика се появява едва напоследък и то благодарение на общото издигане на теоретичното равнище в часовете за свободноизбираема подготовка в 10. и 11. клас и в пробиващите си път нови форми на изпреварващо обучение на учениците с най-изявени способности в областта на физико-математическите науки. За да може обаче това да се осъществи, е необходимо да се реши една важна задача: да се намери подходяща дидактическа преработка на ядрото на електродинамиката, която да позволи представянето на това ядро пред учениците във вид на завършена физична теория.

За решаването на тази задача е направено много. Редица достижения в посока на дидактическото снемане на теорията на Максвел до равнището на училищния курс са отразени в преработеното пособие за свободноизбираема подготовка в 10. клас, по което се води обучение от 1986/87 учебна година. В него е направен опит да се открие структурата на теорията, да се разграничат основните от не основните понятия, да се изведат на преден план основните закони като ядро на теорията на Максвел и се разграничат от онези изучени по-рано многобройни закони, закономерности и зависимости, които, макар и често с изключително значение за практиката, все пак нямат статута на основните.

<sup>1</sup> Физика, 1985, 4, с. 18–24.

Една съществена крачка към изграждане на цялостна представа за теорията на Максвел е представянето на основните закони в горепосоченото пособие в единна форма. Този факт е съществен, защото в общозадължителната подготовка законът на Кулон се формулира за взаимодействие на два точкови заряда, без да се изучават неговите следствия за полевите характеристики, определящи взаимодействието; законите на Ампер, на Био–Савар и на Фарадей (за електромагнитната индукция, както и изразът за тока на отместване се изучават в локалната им формулировка, а количествен израз за закона за запазване на електричния заряд изобщо не се дава. При това локалните формулировки на изброените три основни закона не са във векторен вид (засягат само големините на величините), което ги прави непригодни за обединяване в единна система от уравнения (а още по-малко – за различни приложения).

По-конкретно – скаларната форма на закона на Био–Савар  $\left( \Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta l}{r^2} \sin \varphi \right)$  не може да се обобщи за случая на променливи токове и полета.

Изобщо, когато става дума за дидактическа преработка на ядрото на теорията на Максвел, е ясно, че поради наличието на частни производни в уравненията, локалната формулировка на последните (т.е. – във вид на частни диференциални уравнения) не е подходяща за равнището на курса по физика в средното училище. Поради тази причина в споменатото вече пособие за свободноизбираема подготовка по физика в 10. клас се въвеждат *глобалните* (интегралните) характеристики на полето – *потоците* през произволна повърхност  $\Phi_E$  и  $\Phi_B$  съответно на интензитета  $\vec{E}$  на електричното и на индукцията  $\vec{B}$  на магнитното поле и *циркуляциите* по произволна крива  $\Gamma_E$  и  $\Gamma_B$  на двете полета (11). С тази стъпка разширяването на знанията от часовете за общозадължителна подготовка се оказва минимално, защото в тези часове учениците вече са запознати с величините поток на магнитното поле  $\Phi_B$  и електродвижещо напрежение (ЕДН). Сега потокът на електричното поле  $\Phi_E$  се въвежда по същия начин, както и  $\Phi_B$ , а циркуляциите на двете полета може да се въведат по аналогия с ЕДН (например по начина, по който това е направено в (2)).

Преходът от локални ( $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ ) към глобални ( $\Phi_E$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Gamma_E$  и  $\Gamma_B$ ) характеристики на полето се оказва ключовият момент, който позволява едно цялостно излагане на основните уравнения на класическата електродинамика за взаимодействия във вакуум в тяхната интегрална формулировка. Преимуществото на тази формулировка се дължи на факта, че тя по начало борави със скаларни, а не с векторни величини. Именно този факт позволява да се проследи обобщаването на закона на Био–Савар. (Интегралната формулировка на уравненията на Максвел има и преимущество да бъде по-компактна от локалната, тъй като е валидна за произволни източници, включително и за линейни и точкови източници, докато за обемни източници локалната формулировка е във вид на частни диференциални уравнения, за повърхнинни източници – във вид на гранични условия и т.н. За тези въпроси, разбира се, тук не става дума.)

### Проблемът с тока на отместване

Въпреки че в коментираното пособие е направено изложение на теорията на Максвел, все пак в него има една “бяло петно”. Става дума за *тока на отместване* – той остава на равнището, на което е споменат в общозадължителната подготовка<sup>2</sup>, без с нещо знанията да се задълбочат. Основен недостатък на подобно изложение е, че не дава представа **защо** трябва да се въведе хипотезата на Максвел за наличието на ток на отместване. А тъй като въпросът за генезиса на тази хипотеза е един от въпросите, при

<sup>2</sup> През 80-те години на 20. век въпросът за ток на отместване е влизал в програмата за *общозадължителната* подготовка!

изясняване на който най-ясно проличава силата на теоретичния метод, вникването в този генезис се оказва въпрос от изключителна важност, особено когато въпросът за формиране на научен стил на мислене излиза напред като основна задача на обучението.

Причината за посоченото “бяло петно” е ясна – разбирането на мотивировката за поява на хипотезата е трудно, защото изисква сравнително свободно боравене с глобалните характеристики на полето, които обаче по същество са току що въведени.

По-нататък целта ни е да покажем, че с терминологията и със средствата, използвани в пособието за свободноизбираема подготовка в 10. клас, може да се разкрие връзката между хипотезата на Максвел за ток на отместване и закона за запазване на електричния заряд. Подходът може да се използва при обобщаването на теорията на електромагнитното поле, което се прави в 11. клас, при работа в групи за изпреварващо обучение, а така също и за индивидуална работа с по-напреднали и мотивирани ученици.

Трябва да се отбележи, че въпросът за по-задълбочено преподаване на хипотезата за ток на отместване у нас е поставян и по-рано. Един опит в това отношение например е споделян в (3). Там е показано, че ако съществува ток на отместване между плочите на плосък кондензатор, плътността му е  $\varepsilon \frac{\Delta E}{\Delta t}$ , но въпросите защо се налага да предположим наличието на ток на отместване и каква е връзката му със закона за запазване на електричния заряд не се поставят.

### **Проблемът със закона на Био–Савар при променливи полета**

Преди да преминем по същество към въпроса за ток на отместване ще припомним, че до идеята за него Максвел достига чрез разглеждане движението на свързаните заряди в диелектриците, когато са поместени в променливо електрично поле (4, 10). Този подход към запознаване с идеята и днес има своята евристична стойност, която се дължи на неговата нагледност. Той обаче страда от недостатъка, че фактически изяснява въпроса за т.нар. *поляризационни токове*, като оставя открит въпроса “А как стои въпросът с вакуума, какво все пак *се отмества* във вакуум?”. (За Максвел, който си служи с механични аналогии и за когото вакуумът има свойствата на диелектрик, този въпрос не стои по същия начин. Всъщност, за по-подробно запознаване с подхода и въобще с приноса на Максвел за създаване на теорията на електромагнитното поле е много подходяща книгата (5).)

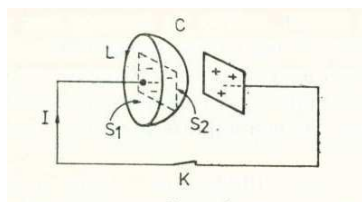
Идеята, която се използва по-долу за свързване закона за запазване на зарядите с хипотезата за ток на отместване, е разработена в редица курсове по физика (вж. напр. (6), (7)). Нейната дидактическа преработка до съответното равнище може да се осъществи, като се използва добре познатият и многократно прилаган в училище евристичен метод: Разглежда се един относително прост частен случай на изследваното явление, за него се получава съответната количествена зависимост, като последната се формулира във вид, освободен от особеностите на частния случай, така че да бъде общовалиден.

Като изходен пункт използваме закона на Био–Савар в неговата интегрална форма (9): магнитното напрежение  $\Gamma_B$  (всъщност – циркулацията на индукцията) по всяка затворена крива  $L$  в стационарно магнитно поле е право пропорционална на обхванатия от кривата ток  $I$ :

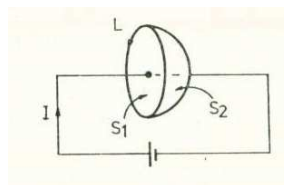
$$(1) \quad \Gamma_B = \mu_0 I.$$

Проблемната ситуация възниква с поставяне на въпроса: “Възможно ли е в този си вид законът да остане валиден и когато токът и съответните полета – електрично и магнитно, са променливи?”

Отговорът на този въпрос е отрицателен, но за да се стигне до него е добре да се анализира друг въпрос: “Какво всъщност означава изразът *обхванат от затворена крива  $L$  ток  $I$* ?”. Да разгледаме фиг. 1: един зареден кондензатор се разрежда през проводник, който съединява двата му електрода. Начертана е и някаква окръжност  $L$ , която на определено място *обхваща* проводника. Кой е токът, *обхванат от тази окръжност*. Една и съща стойност ли ще получим, независимо от това, на кое място окръжността обхваща проводника?



Фиг. 1.



Фиг. 2.

В 9. клас величината ток се дефинира като количество заряди, които за единица време преминават през определена **повърхност**. Затворената крива  $L$  обаче не определя една единствена повърхност<sup>3</sup> – съществуват безброй повърхности, които имат за свой контур кривата  $L$ ! На фиг. 1 например са показани две такива повърхности: плоският диск  $S_1$ , заграден от  $L$ , и част от сфера  $S_2$ , която е разположена така, че минава между електродите на кондензатора, без да пресича някой от тях или проводника, по който се разрежда кондензаторът. Ако пресмятаме *обхванатия* от  $L$  ток като количество заряди, пресичащи диска,  $I \neq 0$ , защото проводникът пробоща диска. Ако обаче пресмятаме *обхванатия* от  $L$  ток като количество заряди, пробощащи  $S_2$ , то тогава  $I = 0$ ! Изводът е: в този случай токът, *обхванат от кривата  $L$* , зависи от това, как ще прекараме повърхност с контур  $L$ , за да пресмятаме тока.

При постоянни токове, т.е. в случая на стационарни полета, подобен проблем не възниква. Тъй като те текат само през затворени вериги, токовете през повърхностите  $S_1$  и  $S_2$  на фиг. 2 са непременно равни. При това важно е да се осъзнае, че подобно равенство се осигурява от едновременното действие на две обстоятелства:

- А) от закона за запазване на електричния заряд;
- Б) от стационарността (постоянството във времето) на полето.

Наистина, ако за единица време през  $S_1$  влизат повече заряди, отколкото излизат през  $S_2$ , щом зарядите се запазват, в пространството постепенно ще се натрупват заряди и стационарността ще се наруши. Полето може да остане стационарно, само ако част от зарядите в това пространство по някакъв начин изчезнат, но това пък би нарушило закона за запазването им.

Точно тези разсъждения показват, че при постоянни токове може спокойно да говорим за *ток, обхванат от крива*, защото няма значение как ще прекараме повърхността, чиито контур е кривата – количеството на пробощащите я за единица време заряди е едно и също.

При променливите токове второто обстоятелство – условието Б) не е налице – токовете и полетата се променят с времето, между  $S_1$  и  $S_2$  може да се натрупват заряди, без да се стига до никакво противоречие. А това не означава нищо друго, освен че е правилен изводът, направен от фиг. 1: токът, обхванат от кривата  $L$  наистина зависи от това, как ще изберем повърхността, през която го пресмятаме. Заключение, което

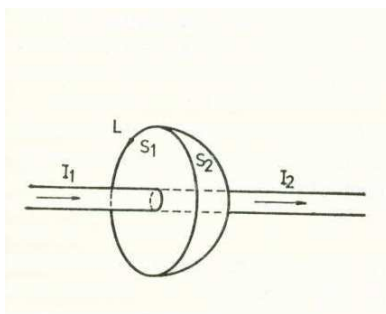
<sup>3</sup> Обратно: обикновено незатворените повърхности имат точно определен контур (като изключим разни чудати повърхности, каквито могат да измислят математиците).

следва оттук е само едно: при променливи токове законът на Био–Савар не може да остане във вида (1).

### Обобщаване на закона на Максвел

Максуел не разполага с експериментален закон, който да покаже как трябва да се измени и да се обобщи законът на Био–Савар при променливи полета. Затова той (и тук именно е възловият пункт при изграждане на хипотезата) опитва чрез закона за запазване на зарядите да намери друга величина, подобна на тока  $I$ , която обаче има една и съща стойност за всички повърхности, които имат един и същ контур – затворената крива  $L$ .

Нека например променливият ток тече по един проводник, който пробоща и кръга  $S_1$  и полусферата  $S_2$ , които имат за общ контур кривата  $L$  (фиг. 3). Да означим с  $I_1$  тока, който пресича  $S_1$ , и с  $I_2$  – тока, който пресича  $S_2$ . Нека освен това  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$  е



Фиг. 3.

промяната за единица време на заряда, заграден в полукълбото между  $S_1$  и  $S_2$ . Тъй като зарядите се запазват, разликата  $I_1 - I_2$  ще бъде равна на нарастването  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$  на заряда:

$$(2) \quad I_1 - I_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

В конкретния случай това равенство представлява количествен израз на закона за запазване на електричния заряд.

Следващата стъпка по пътя към хипотезата е свързването на промените на заряда  $Q$  с характеристиките на полета. Тя се осъществява с помощта на теоремата на Гаус, според която  $Q = \varepsilon_0 \Phi_E$ , където  $\Phi_E$  е потокът на електричното поле през затворената повърхност, образувана от  $S_1$  и  $S_2$ . (На това място, като неизказана хипотеза при разглежданията се използва предположението, че доказаната в електростатиката теорема на Гаус запазва валидност и в най-общия случай на променливи полета.) При това предположение получаваме, че:

$$(3) \quad \Delta Q = \varepsilon_0 \Phi_E \Delta t.$$

Ако с  $\Delta \Phi_E^{(1)}$  означим промяната на броя на силовите линии на електричното поле, които влизат в полукълбото през  $S_1$ , а с  $\Delta \Phi_E^{(2)}$  – промяната на броя на тези, които излизат през  $S_2$ , то:

$$(4) \quad \Delta \Phi_E = \Delta \Phi_E^{(2)} - \Delta \Phi_E^{(1)}.$$

При записа на това равенство е отчетена следната съществена особеност: в теоремата на Гаус  $\Phi_E$  е пропорционално на броя на силовите линии, които *излизат* от затворената повърхност. В нашия случай, понеже потокът  $\Phi_E^{(1)}$  *влиза* в полукълбото, неговата промяна се взема с обратен знак, т.е. – с минус.

Тогава, като заместим (4) в (3), а получения израз – в (2), получаваме:

$$I_1 - I_2 = \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E^{(2)}}{\Delta t} - \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E^{(1)}}{\Delta t}.$$

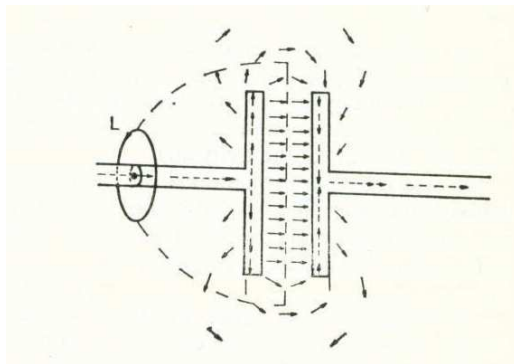
Записано във вида:

$$(5) \quad I_1 + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E^{(1)}}{\Delta t} = I_2 + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E^{(2)}}{\Delta t},$$

това равенство показва, че не токът  $I$ , а сумата  $I + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$  има една и съща стойност през двете повърхности  $S_1$  и  $S_2$ .

С подобни разсъждения може да се докаже, че тази сума има една и съща стойност, независимо какъв вид има повърхността, стига контурът и да е кривата  $L$ . Наистина, по същество ние никъде не използвахме факта, че  $S_1$  е диск, а  $S_2$  – полусфера.

Величината  $\varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$  има размерност на ток (не би могло да бъде другояче, щом се събира с ток). Именно тя носи името *ток на отместване*. На фиг. 4 с плътни стрелки е показан токът на отместване в пространството между плочите на плосък кондензатор, който се разрежда, а с пунктирани стрелки – токът на движещите се заряди.



Фиг. 4.

Когато в пространството има диелектрик, неговите свързани заряди извършват движения, следвайки (с по-голямо или по-малко закъснение – зависи от силата на връзката) промените на полето. В редица учебници по физика за средното училище (вкл. и в пособието за свободноизбираема подготовка за 10. клас) токът, предизвикан от тези движения, се използва като насочващ аргумент в полза на съществуването на ток на отместване. Този ток обаче има друго название – нарича се поляризационен ток, защото е свързан с промените на поляризацията на диелектрика. Общият ток на отместване е сума от тока на отместване във вакуум (където нищо не се отмества)  $\varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$  и поляризационния ток. Оказва се, че тази сума е точно  $\varepsilon \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$ , където  $\varepsilon$  е електричната проницаемост на средата.

### Обобщен закон на Био–Савар

Гениалната догадка на Максвел е предположението, че в дясната страна на закона на Био–Савар трябва да фигурира не само токът  $I$  на движещите се заряди, а пълният ток, образуван от него и от тока на отместване. Това е и същността на

*хипотезата на Максвел.* Така достигаме до интегралния (глобалния) вид на второто уравнение на Максвел:

$$(6) \quad \Gamma_B = \mu_0 \left( I + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t} \right),$$

което понякога се нарича *обобщен закон на Био–Савар*. С това завършва процесът на обобщаване на уравненията на стационарните полета. (Първата стъпка в тази посока бе замената на уравнението за циркулацията на електростатичното поле  $\Gamma_E = 0$  с експериментално установения закон на Фарадей за електромагнитната индукция

$$\Gamma_E = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}.)$$

Физичният смисъл на хипотезата на Максвел е ясен: токът на отместване във вакуум  $\varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$  трябва да създава магнитно поле по същия начин, по който го създават токовете  $I$ , дължащи се на движение на свободни заряди, и поляризационните токове.

Едно интересно приложение на тока на отместване може да се намери в (8), където е показано как с негова помощ се обяснява привидният парадокс, че сфера, върху която е нанесен хомогенен радиоактивен слой, въпреки че излъчва заряди (т.е. ток има!), не създава магнитно поле.

Въпросът за достигането до хипотезата за съществуване на ток на отместване във вакуум е образец за демонстриране на силата на теоретичния метод във физиката: до тази хипотеза достигнахме, като, първо, разкрихме неприложимостта на старите знания (закона на Био–Савар), второ, направихме избор от кое от старите знания да се откажем (от закона на Био–Савар или от закона за запазване на зарядите), за да обхванем по-общия случай на променливи токове и полета, и, трето, формулирахме самата хипотеза: че в стария закон трябва да фигурира пълният ток, а не само токът на движещите се заряди. Възможността да се покаже тази сила поне пред по-добрите ученици не бива да се изпуска.

#### Литература:

1. *Учебна програма по физика за 11. клас (II степен) на ЕСПУ, свободноизбираема подготовка*, С., МНП, 1984.
2. Златев Ив. и др. *Физика за 10. клас*, С. Народна просвета, 1978.
3. Градинарова М. Г. *Електромагнитно поле и вълни в горния курс на средните училища*, Математика и физика, 1, 1969.
4. Дуков В. М. *Електродинамика*, М., ВЪСШая школа, 1975.
5. Мощанский В. Н., Е. В. Савелова *История физики в средней школе*, М., Просвещение, 1981.
6. Иродов И. Е. *ОсновныЕ законьI електромагнетизма*, М., ВЪСШая школа, 1983.
7. Парсел Э. *Электричество и магнетизм*, М., Наука, 1975.
8. Фенман Р., Р. Лейтон, М Сендс *Фейнмановски лекции по физика*, С., Наука и изкуство, 1970.
9. Попов Хр. *Една възможност за извеждане формулата за индукцията на магнитното поле на постоянен ток по безкраен прав проводник*, Физика, 1, 1982.
10. *Максвелл и развитие физики XIX–XX веков*, отв. Ред. Л. С. Полак, М., Наука, 1985.
11. Попов Хр. *Относно преговорно-обобщителната тема “Основни закони на електромагнитното поле”*, Физика, 3, 4, 1983.