

Две задачи за събиране на скорости Човек на ескалатор¹

Задача. За да определи колко стъпала е дължината на един движещ се нагоре ескалатор, човек, крачейки по него нагоре, преброил до края му n_1 стъпала. След това, крачейки със същата скорост, слязъл по ескалатора и преброил n_2 стъпала. Колко стъпала е дължината на ескалатора?

Решение

Дадено: нагоре – n_1 стъпала; надолу – n_2 стъпала.

Търси се: x – броят на стъпалата на неподвижен ескалатор.

Като единица за разстояние използваме дължината на стъпалото. Означаваме с u скоростта на човека спрямо ескалатора, с v – скоростта на ескалатора спрямо земята, с t_1 – времето за изкачване нагоре и с t_2 – времето за слизане надолу.

При движение нагоре абсолютната скорост на човека е сума от скоростта му спрямо ескалатора и скоростта на самия ескалатор. Тъй като за време t_1 човекът изминава път x , то:

$$(1) \quad (u + v)t_1 = x.$$

Произведението $ut_1 = n_1$ обаче представлява точно изминатото от човека разстояние по ескалатора. Освен това, от последната връзка следва $t_1 = \frac{n_1}{u}$, така че равенство

(1) може да се запише във вида:

$$(2) \quad n_1 + \frac{v}{u}n_1 = x.$$

По същия начин, когато слиза по изкачващия се ескалатор, абсолютната скорост на човека е $u - v$ и тъй като изминатият път е отново x , аналогично на (1) получаваме:

$$(3) \quad (u - v)t_2 = x.$$

Тъй като сега $ut_2 = n_2$ и $t_2 = \frac{n_2}{u}$, аналогът на (2) е:

$$(4) \quad n_2 - \frac{v}{u}n_2 = x.$$

Разликата между (2) и (4) позволява да намерим отношението между двете скорости:

$$(5) \quad \frac{v}{u} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}.$$

След като заместим този израз примерно в (2), получаваме:

$$(6) \quad x = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2}.$$

Ако например при изкачване човекът е преброил 60 стъпала, а при слизането – 90 стъпала, то по формула (6) получаваме, че дължината на ескалатора е 72 стъпала.

Тема за размисъл. Ако препишем формула (6) във вида:

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2},$$

виждаме, че тя наподобява формулите, по които се пресмятат еквивалентни съпротивления на успоредно свързани резистори или на еквивалентни капацитети на последователно свързани кондензатори. Дали това не подсказва наличие на друг тип разсъждения, които водят до решението?

¹ Задачата е от книгата на Кристоф Шилер *Motion Mountain*, която е достъпна в интернет.

Турист и въжена линия²

Задача. Крачейки равномерно под седалкова въжена линия, за времето, за което го задминават k на брой седалки, турист се разминава с n седалки. Какви заключения за скоростта на туриста и на въжената линия, както и за разстоянието между седалките и изминатото от туриста разстояние могат да се направят от тази информация?

Решение

Да означим с v и u скоростите съответно на туриста и на въжената линия, а с s – пътя на туриста, изминат за времето, когато го задминават k на брой седалки и се разминава с n на брой седалки. Очевидно, този интервал време е $\frac{s}{v}$.

Тъй като относителната скорост на насрещните седалки спрямо туриста е $v + u$, ако означим с L разстоянието между две съседни седалки, интервалът време между две последователни срещи със седалки е $\frac{L}{v + u}$. Тъй като за време $\frac{s}{v}$ туристът среща n седалки, то:

$$(1) \quad \frac{nL}{v + u} = \frac{s}{v}.$$

По аналогичен начин, като отчетем, че относителната скорост на настигащите седалки спрямо туриста е $u - v$, чрез подобни разсъждения получаваме още една връзка между интересующите ни величини:

$$(2) \quad \frac{kL}{u - v} = \frac{s}{v}.$$

Чрез приравняване на левите страни на (1) и (2) получаваме връзка от която определяме отношението на двете скорости:

$$(3) \quad \frac{u}{v} = \frac{n + k}{n - k}.$$

Ако оттук изразим u и го заместим в (1) или (2), получаваме:

$$(4) \quad L = \frac{2s}{n - k}.$$

И така, от данните в условието по формула (3) туристът може да определи колко по-бързо от него се движи лифтът, а ако преброи и крачките си (т.е. – s), по (4) може да пресметне и колко крачки е разстоянието между две седалки.

Коментар. В условието на една коректно формулирана задача не бива да фигурира излишна информация. Съществено ли е уточнението в случая, че става дума именно за *седалкова*, а не например за *кабинкова* въжена линия? Отговорът на този въпрос няма отношение към физиката, но уточнението не е излишно, защото само при седалковите въжени линии (и ски–влековете) разстоянията между седалките са фиксирани и еднакви. За разлика от тях разстоянията между кабинките на кабинковите линии се променят в зависимост от натоварването на линията, а това би направило задачата некоректна.

² Задачата е от моя сборник *53 + 15 решени физични задачи*, Просвета, С., 2000.