

Ускоряване на автомобил

Задача. Състезателен автомобил се движи по хоризонтален праволинеен пътен участък със скорост $v_1 = 10 \text{ m/s}$. Ускорявайки се с максималното възможно ускорение, за време $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ той увеличава скоростта си до $v_2 = 10,5 \text{ m/s}$. За колко време автомобилът би могъл да постигне същото увеличение на скоростта, ако се движи в завой без вираж с радиус $R = 30 \text{ m}$. При какъв радиус на завоя автомобилът въобще не би могъл да увеличи скоростта си повече от началната (10 m/s)?

Анализ. Условието на една коректно формулирана задача не трябва да съдържа излишна информация. Преди решаване на задачата ще коментираме от тази гледна точка два момента от нейното условие.

Първо, защо изрично се упоменава, че автомобилът е *състезателен*? За да отговорим на този въпрос, ще се запитаме "Кое е главното отличие на състезателните автомобили от останалите?" Отговорът на този въпрос е по-лесен – голямата мощност на двигателите им. Следователно условието на задачата индиректно подсказва, че става дума за автомобил с достатъчно мощен двигател. Но "достатъчно мощен" за какво? Известно е, че два фактора определят максималното ускорение, което може да развие един автомобил – мощността на двигателя и силата на триене между гумите и пътната настилка. Моментната мощност е произведение от силата, развивана от двигателя и моментната скорост. Скорост от 10 m/s е твърде малка за състезателен автомобил, така че сигурно в началния момент мощността е твърде далеч от максимално възможната – както се казва в подобни случаи, двигателят има "запас от мощност". Тогава единственият фактор, от който зависи максималното ускорение, е силата на триене. (Ако двигателят се форсира повече от допустимото, няма да се постигне по-голямо ускорение – просто водещите колела ще пробуксуват.)

И така, упоменаването, че автомобилът е състезателен, просто сочи, че в случая максималното ускорение се определя от максималната сила на триене.

Вторият момент от условието, който се нуждае от коментар, е указанието, че завоят е без вираж, т.е. пътното платно и в завоя е хоризонтално. Това означава, че центроостремителната сила, която трябва да действа върху автомобила, за да се движи той по окръжност, трябва да се осигури отново от триенето между гумите и настилката. (Когато има вираж, т.е. ако външната дъга на шосето е по-високо от вътрешната, част от необходимата центроостремителна сила (при подходяща скорост – дори цялата сила) може да се осигури от хоризонталната съставяща на нормалната реакция на шосето.)

Решение. От данните в условието на задачата следва, че максимално възможно ускорение на автомобила е:

$$(1) \quad a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = 5 \text{ m/s}^2.$$

Тъй като това ускорение се определя само от силата на триене, то не зависи от това, дали колата се движи по прав или участък от пътя или в завой. При движение по окръжност пълното ускорение \vec{a} е векторна сума от тангенциалното ускорение \vec{a}_t и нормалното ускорение \vec{a}_n :

$$(2) \quad \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n.$$

Големините на двете съставящи на общото ускорение са съответно $a_t = \Delta v / \Delta t$ и $a_n = v^2 / R$, а тъй като те са перпендикулярни една на друга, големините на трите ускорения са свързани с теоремата на Питагор:

$$(3) \quad a^2 = a_t^2 + a_n^2.$$

Оттук за големината на търсеното тангенциално ускорение намираме:

$$(4) \quad a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2}.$$

Тъй като промяната на скоростта е малка ($0,5 \text{ m/s} \ll 10 \text{ m/s}$), можем да смятаме, че нормалното ускорение не се променя по големина. Тогава от (4) следва, че и тангенциалното ускорение е с постоянна големина и посредством закона за скоростта при равноускорително движение:

$$(5) \quad a_t = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t},$$

можем да го свържем с търсения интервал време $\Delta t'$. От (4) и (5) получаваме:

$$(6) \quad \Delta t' = \frac{v_2 - v_1}{a_t} = \frac{v_2 - v_1}{\sqrt{a^2 - a_n^2}} = \frac{v_2 - v_1}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{v_1^2}{R}\right)^2}}.$$

След заместването на числените стойности на дадените величини и пресмятане на израза, получаваме, че $\Delta t' \approx 0,14 \text{ s}$.

Следователно за същата промяна на скоростта в завоя на автомобила ще му бъде необходимо с 40 % по-дълго време.

Отговор на втория въпрос от условието на задачата дава формула (4). От нея се вижда, че тангенциалното ускорение на автомобила е нула, когато нормалното ускорение стане равно на максимално допустимото:

$$(7) \quad a_n = \frac{v_1^2}{r}.$$

Тук r е минималният възможен радиус на завоя. От (1) и (7) за r получаваме:

$$(8) \quad r = \frac{v_1^2}{v_2 - v_1} \Delta t,$$

или, след заместване с числените стойности – $r = 20 \text{ m}$.

Всеки опит при скорост 10 m/s да се направи по-остър завой, би довел до поднасяне на колата.

Коментар¹. Обикновено сме свикнали с мисълта, че силата на триене има посока, противоположна на посоката на скоростта и затова, общо взето, пречи, забавя движението. В тази задача говорим за сила на триене, която **ускорява** движението. Тъй като е възможно у някой това да предизвика недоумение, ще поясним по-подробно за каква сила става дума.

Противоположна по посока на скоростта е силата на триене **при хлъзгане**. В задачата се говори за онази сила на триене, която често се нарича **триене при покой** (или **статично триене**) и се поражда от взаимодействието между гумите на **водещите** колела и пътното платно. При нормални условия (т.е., когато няма приплъзване) участъкът от гумата, който в даден момент е в допир с платното, е **неподвижен** спрямо него. Благодарение на създадения от двигателя въртящ момент, в този участък гумата е деформирана (не става дума за деформацията под действие на силата на тежестта на автомобила, т.е. за това, че гумата се "сплесква", а за деформация на усукване!). И тъй като силите на еластичност, дължащи се на тази деформация, пораждат сила, която действа върху колата и определя ускорението ѝ (в случая и напред, и към центъра на кривата, по която се движи).

¹ За повече подробности вж. и *За изучаване на триенето в покой – кога, къде и как* от файла \I chast\5 razni\triene\03 triene v покоу.