

Наказателен удар във ветровито време¹

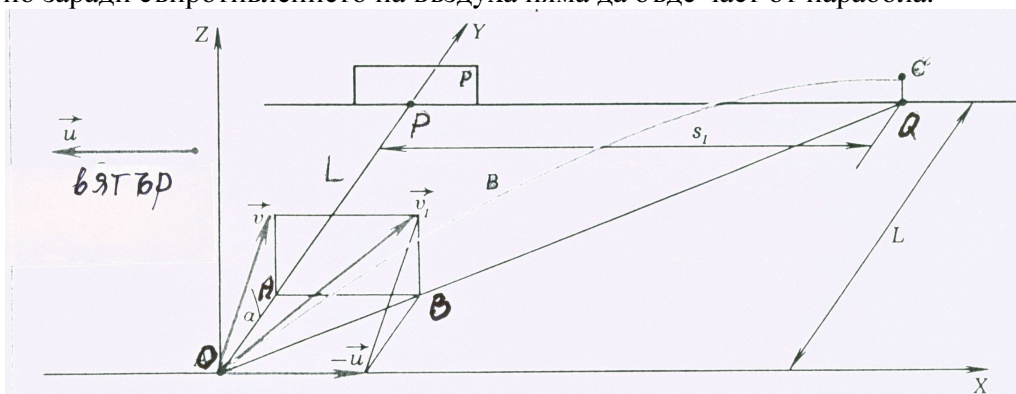
Задача. Футболист изпълнява наказателен удар от разстояние $L = 32$ m право срещу противниковата врата. Началната скорост на топката е $v = 25$ m/s и сключва с хоризонта ъгъл $\alpha \approx 37^\circ$ ($\cos\alpha = 0,8$). Поради страничен вятър със скорост $u = 10$ m/s, достигайки равнината на вратата топката се оказва отклонена по посока на вятъра на разстояние $s = 2$ m. Колко време има вратарят, за да реагира на удара?

Анализ. Всъщност въпросът е за колко време топката ще достигне равнината на вратата.

Преди всичко следва да изясним кои сили трябва да отчитаме при движението на топката. Едната, разбира се, е нейната тежест. Ако бе само тя, топката би се движела като тяло, хвърлено под ъгъл спрямо хоризонта и би достигнала вратата за време $\tau = \frac{L}{v \cos\alpha} = \frac{32}{25 \cdot 0,8} = 1,6$ s. Ако обаче вятърът увлича напълно топката, за това

време тя би се отклонила напречно на разстояние $u\tau = 10 \cdot 1,6 = 16$ m – стойност, която почти на порядък (8 пъти) се различава от посочената в условието на задачата. Следователно вятърът увлича топката само частично, тя не се движи със скорост u в неговата посока, от където заключаваме, че решението трябва да отчита и съпротивлението, което въздухът указва при движението на топката. В условието на задачата няма данни за зависимостта на тази сила от скоростта – факт, който подсказва, че трябва да се търси кинематично, а не динамично решение.

Решение. В неподвижна спрямо земята отправна система траекторията на топката е пространствена крива, т.е. не лежи във вертикална равнина. Удобно е да работим в отправна система K , която се движи в посока на вятъра със скорост u (фиг. 1 – мащабът в направление на вятъра не е спазен – за нагледност отклонението на топката в това направление е увеличено). Нека в момента на удара началото на K се намира в точката на изпълнение на наказателния удар, а осите са насочени както на фиг. 1 – OY към вратата, а OX – срещу посоката на вятъра. В тази система въздухът е неподвижен и спрямо нея траекторията ще лежи във вертикална равнина, но заради съпротивлението на въздуха няма да бъде част от парабола.



Фиг. 1.

В системата K началната скорост на топката като вектор е:

$$(1) \quad \vec{v}_1 = \vec{v} - \vec{u}.$$

¹ Задачата е от сп. *Квант*.

Нека означим с s_1 преместването на топката в K по посока на оста OX за търсеното време t . От подобните триъгълници OPQ и OAB се вижда, че е изпълнено равенството:

$$(2) \quad \frac{s_1}{L} = \frac{u}{v \cos \alpha}, \quad \text{т.е.} \quad s_1 = \frac{Lu}{v \cos \alpha}.$$

За същото време t отправната система се премества в противоположна посока на разстояние:

$$(3) \quad s_2 = ut.$$

Истинското отклонение на топката, т.е. отклонението s в отправна система, неподвижна спрямо земята, ще бъде:

$$(4) \quad s = s_2 - s_1$$

и ще има посока, противоположна на посоката на OX .

Замествайки в (4) изразите за s_1 и s_2 съответно от (2) и (3), получаваме уравнението:

$$(5) \quad s = ut - \frac{Lu}{v \cos \alpha},$$

от което за търсеното време t намираме израза:

$$(6) \quad t = \frac{s}{u} + \frac{L}{v \cos \alpha}.$$

В него всички величини са известни и след заместване на стойностите им и пресмятане израза, получаваме $t = 1,8$ s. Сравнението на този резултат с посочените в анализа 1,6 s показва, че отчитането на съпротивлението на въздуха удължава времето, с което вратарят разполага за реакция, с около 12 %.

Теми за размисъл. 1. При решаване на една задача въпросът за избор на отправна система е съществен – удачният избор може да опрости решението, а неудачният – да го усложни. Този въпрос обаче не е принципен – всяка задача може да се реши в произволно избрана отправна система. При направения по-горе избор решението на разглежданата задача се оказва относително просто. Тя обаче би трябвало да може да се реши и в отправна система, свързана неподвижно със земята. Можете ли да предложите такова решение?

2. При решаване на задачата отчитяхме само постъпателното движение на топката. Какво влияние върху резултата би оказало отчитането и на нейното въртене – всеки удар по топката (стига да не е централен) неизбежно ѝ придава и въртливо движение. Кой физичен ефект би играл роля в този случай?