Маневри с въздушен балон

От транспортно средство през 19. и началото на 20. век, въздушните балони постепенно се превръщат едва ли не само в атракция и средство за екстремни преживявания на хора, които могат да си позволят разходите за подобно удоволствие. Докато хоризонталната посока на движение на един балон се определя от въздушните течения, маневрите във височина са резултат от действията на екипажа.

Един от разпространените видове балони е този, в който подемната сила се осигурява от разликата между плътностите на горещия въздух вътре в балона и на по-студения околен въздух. За да се компенсират топлинните загуби през обвивката на балона (поради топлопроводност и излъчване), чрез горелка (обикновено газова) през долния му отвор се подава непрекъснато определено количество топлина.

Задача. При температура на околната среда $t_0 = 17\ ^{o}C$ температурата на въздуха във въздушен балон се поддържа равна на $t = 57\ ^{o}C$. С колко ще се увеличи височината, на която плава балона, ако чрез увеличаване мощността на нагревателя температурата на горещия въздух се повиши с $\Delta t = 0{,}1\ ^{o}C$? Моларната маса на въздуха е $M = 29$ kg/kmol, универсалната газова константа – $R = 8{,}3$ kJ/(K.kmol), земното ускорение – $g = 9{,}8$ m/s^2.

Анализ. Балонът плава на определена височина, когато силата на тежестта му се уравновесява от подемната сила на Архимед, дължаща се на разликата в плътностите на горещия и студения въздух. Решението на задачата трябва да се търси на основа на газовите закони, като въздухът се разглежда като идеален газ. При това следва да се отчита, че поради наличието на отвор в долния край на балона:

– въздухът в него има постоянен обем, но непостоянна маса, защото при нагряване се разширява и част от него излиза през отвора;

– налягането на въздуха в балона е равно на атмосферното налягане извън него.

Тъй като роля в случая играе плътността на газа в балона, удобно е уравнението за състоянието му:

(1) $$pV = mRT/M$$

да се запише във вида:

(2) $$p = \rho RT/M.$$

В тези равенства m, p, V и T са съответно масата, налягането, обема и абсолютната температура на въздуха вътре в балона, а $\rho = m/V$ – неговата плътност.

Решение. Ако означим с m' общата маса на гондолата и обвивката на балона, силата на тежестта, която му действа е $(m' + \rho V)g$. Ако пък с ρ_0 означим плътността на атмосферния въздух извън балона, големината на Архимедовата сила е $\rho_0 Vg$. Следователно условието балонът да остава на определена височина е:

(3) $$m' + \rho V = \rho_0 V.$$

След повишаване температурата на въздуха в балона, той се издига и установява на нова височина, където плътностите на горещия и на атмосферния въздух са съответно $\rho + \Delta\rho$ и $\rho_0 + \Delta\rho_0$. Там условието за равновесие на двете сили е:

(4) $$m' + (\rho + \Delta\rho)V = (\rho_0 + \Delta\rho_0)V.$$

Като извадим от (4) равенство (3) получаваме, че на новата височина трябва да бъде изпълнено равенството:

(5) $$\Delta\rho = \Delta\rho_0,$$

т.е. предизвиканата от повишението на температурата промяна на плътността на горещия въздух трябва да е равна на промяната на плътността на атмосферния въздух, дължаща се на изкачването в по-високите въздушни слоеве.

Плътността на атмосферния въздух може да се изрази от формула (2):

(6) $$\rho_0 = \frac{p_0 M}{RT_0}.$$

Тъй като при малки разлики във височината може да смятаме, че температурата T_0 извън балона не се променя, промяната на ρ_0 ще бъде пропорционална на промяната на налягането:

(7) $$\Delta\rho_0 = \frac{\Delta p M}{RT_0} = \frac{\rho_0 \Delta p}{p_0}.$$

От друга страна, при малка промяна Δh на височината промяната на налягането може да се свърже с Δh чрез познатата от статиката на флуидите формула:

(8) $$\Delta p = \rho_0 g \Delta h.$$

Така от (7) и (8) получаваме:

(9) $$\Delta\rho_0 = \Delta\rho_0^2 g\Delta h/p_0.$$

Промяната на плътността на въздуха в балона може да се намери отново с помощта на формула (2):

(10) $$\Delta\rho = \frac{p_0 M}{RT} - \frac{(p_0 - \Delta p)M}{R(T+\Delta T)} = \frac{M(p_0\Delta T + T\Delta p)}{RT(T+\Delta T)} = \frac{p_0 M}{RT}.\frac{\frac{\Delta T}{T}+\frac{\Delta p}{p_0}}{1+\frac{\Delta T}{T}}.$$

Доколкото относителната промяна на температурата е $\Delta T/T << 1$, за промяната на плътността на горещия въздух намираме:

(11) $$\Delta\rho \approx \frac{p_0 M}{RT}\left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta p}{p_0}\right).$$

Като заместим десните страни на (11) и (9) в равенство (5), използваме за ρ_0 израза (6) и решим полученото уравнение спрямо Δh, получаваме:

(12) $$\Delta h \approx \frac{RT_0^2}{MgT}\frac{\Delta T}{T - T_0}.$$

Пресмятането на стойността на този израз дава резултат $\Delta h \approx 18$m.

Тема за размисъл. Екипажът на балона може да увеличи височината на полета и като изхвърли от гондолата част от наличния баласт. Пресметнете баласт с каква маса Δm трябва да се изхвърли, за да се увеличи височината с толкова, с колкото и при увеличаване температурата на горещия въздух. Достатъчни ли са данните от условието за намиране и на Δm?