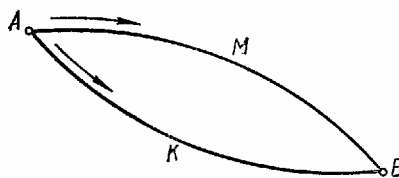


Кой пристига с по-голяма скорост

В известния сборник на Тулчински с качествени задачи по физика¹ под номер 273 се разглежда следната задача:

Тяло се хлъзга от т. А до т. В (фиг. 1): един път по дъгата АМВ, втори път по дъгата АКВ. Коефициентът на триене е един и същ. В кой случай скоростта на тялото в т. В ще бъде по-голяма?



Фиг. 1.

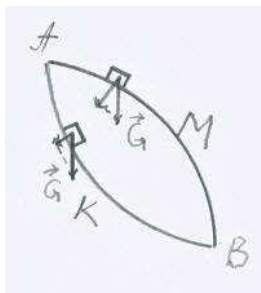
Решението на автора е следното:

Скоростта на тялото в т. В зависи от триенето. Тъй като повърхността АМВ е изпъкнала, а АКВ – вдлъбната, силата на нормален натиск по АМВ е по-малка отколкото по АКВ. Следователно и силата на триене по АМВ е по-малка отколкото по АКВ. Ето защо и скоростта на тялото в т. В ще бъде по-голяма, когато то се хлъзга по кривата АМВ.

Съмнения. Първо, съмнение поражда фактът, че в условието на задачата не се указва конкретният вид на кривите АМВ и АКВ. Означава ли това, че независимо от вида на траекториите, тялото винаги ще пристига с по-голяма скорост в т. В, ако се движи по **долната** крива? Разбира се, че не означава – ако дължината на кривата АМВ е достатъчно голяма, въпреки че нормалният натиск по нея е по-малък, може да се окаже, че работата на триенето по нея е по-голяма отколкото по АКВ.

Ето защо, основавайки се на фиг. 1, оттук нататък ще смятаме, че според автора на задачата АМВ и АКВ са **дъги от окръжности**.

Второ, твърдението “силата на нормален натиск по АМВ е по-малка отколкото по АКВ” звучи твърде глобално. В този вид то не е вярно – не е вярно, че по **цялата** крива АМВ нормалният натиск е по-малък от нормалния натиск по АКВ! Лесно може да се съобрази, че има част от изпъкналата крива, в която нормалният натиск е **по-голям** отколкото на част от вдлъбнатата крива. Наистина, в началото на АМВ нормалата е почти вертикална, докато в началото на АКВ нормалата сключва с вертикалата значително по-голям ъгъл. Поради това проекцията на силата на тежестта \vec{G} върху нормалата на изпъкналата дъга е **по-голяма** от проекцията върху вдлъбнатата дъга АКВ (фиг. 2). От друга страна, върху тези участъци придобитата от тялото скорост е все още твърде малка, за да може наличието на нормално ускорение да направи нормалния натиск (и триенето) върху долната крива по-голям ($a_n = \frac{v^2}{R}$).



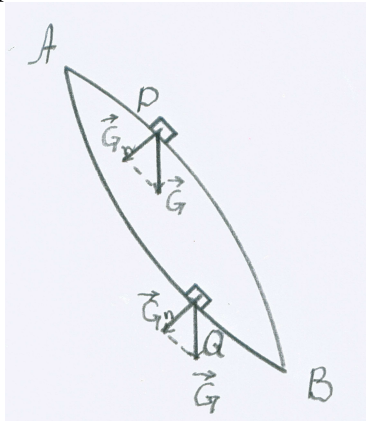
Фиг. 2.

¹ Тулчинский М. Е. Качественные задачи по физике в средней школе, М., Просвещение, 1972.

Тези съмнения подкопават увереността в коректността на решението. По-долу представяме един по-конкретен вариант на условието, както и по-подробно решение, които вече отстраняват посочените съмнения.

Задача. Дъгите AMB и AKB принадлежат на окръжности с равни радиуси и лежат във вертикална равнина (фиг. 1). Тяло се хлъзга без начална скорост от т. A до т. B : един път по дъгата AMB , втори път по дъгата AKB . Коефициентът на триене е един и същ. В кой случай скоростта на тялото в т. B ще бъде по-голяма?

Решение. Нека дължините на дъгите AP и BQ са равни (фиг. 3). Интуитивно ясно е (а вероятно не е трудно и да се докаже), че нормалите към тангентите в т. P и в т. Q са успоредни. Следователно проекциите G_n на теглото \vec{G} върху тези нормали се равни.



Фиг. 3.

Когато тялото се намира в т. P от горната, изпъкналата дъга, част от нормалния натиск осигурява центростремителната сила, необходима за движение на тялото по външната страна на дъгата от окръжност (ако проекцията G_n е твърде малка, за да осигури на тялото ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$, то няма да стигне т. B по дъгата AMB , а просто в определена точка ще излети по тангентата). Ето защо нормалният натиск N_P , който тялото оказва върху дъгата и от който зависи триенето, е по-малък от G_n , т.е.

$$(1) \quad N_P < G_n.$$

Когато тялото се намира в т. Q , движейки се по вътрешната страна на вдлъбнатата дъга, центростремителното ускорение на тялото се осигурява от нормалната реакция на дъгата. Съгласно с третия принцип на динамиката със същата по големина сила тялото действа върху дъгата и в този случай тази сила е еднопосочна с нормалната компонента на теглото. В този случай тя се **добавя** към G_n , така че нормалният натиск N_Q , който определя триенето, е по-голям от G_n , т.е.

$$(2) \quad N_Q > G_n.$$

Тъй като в (1) и (2) G_n е едно и също (съгласно с избора на т. P и т. Q), от тези неравенства следва:

$$(3) \quad N_P < N_Q.$$

Оттук вече следва, че триенето в т. P ще бъде по-малко отколкото в т. Q , а работата на триенето по един елементарен участък около т. P ще бъде по-малка от съответната работа по участък около т. Q със същата дължина.

Понеже двете дъги може да се разглеждат като съставени от голям брой двойки участъци, за които е валидно изказаното по-горе твърдение, следва, че и цялата работа на триенето по дъгата AMB ще бъде по-малка отколкото по дъгата AKB . Оттук, разбира се, следва заключението, че движейки се по изпъкналата дъга, тялото ще пристигне в т. B с по-голяма скорост, отколкото ако се движи по вдлъбнатата (долната) дъга.