

Една леко странна задача

Задача. Малко тяло лежи на ръба на хоризонтална маса, широка 1 m. След тласък към срещуположния ръб на масата тялото го достига за 2 s и пада към пода. Има ли тялото колела?

Анализ. Какво е странното в задачата?

Условието задава само две кинематични данни – път s и време t , и подсказва неявно, че третата – крайната скорост, е по-голяма от нула (щом тялото пада!). Странното е, че не се търси някаква величина, а конструктивна особеност – с или без колела е тялото. Въпросът подсказва, че движението се извършва под действие на силата на триене, което означава, че кинематиката не е достатъчна и за търсене на отговор ще трябва да се използват и динамични съображения. Каквото и да е триенето обаче (при хлъзгане или при търкаляне), то е постоянно, така че движението е равнозакъснително.

Решение. В законите за пътя и за скоростта при равнозакъснително движение без начална скорост участват два параметъра: неизвестните ускорение a и начална скорост v_0 и зададените в условието променливи: път и време. Тези два закона са достатъчни за определяне на a и v_0 :

$$0 < v_0 - at, \quad s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2,$$

като в закона за скоростта сме записали знака “<”, а не “=”, защото знаем, че крайната скорост е по-голяма от нула. Решението на тази система за ускорението е $a < \frac{2s}{t^2}$ и с това кинематиката се изчерпва.

Как познаването на ускорението може да помогне за решаване дилемата хлъзгане–търкаляне? Законът за триене при хлъзгане ($F = kN = kmg$), комбиниран с втория принцип на динамиката ($F = ma$), позволява да изразим коефициента на триене чрез отношението на двете ускорения – ускорението a , дължащо се на триенето, и земното ускорение g , дължащо се на силата на тежестта:

$$k = \frac{a}{g} < \frac{2s}{gt^2} \approx \frac{2.1}{10.2^2} = 0,05.$$

(Тук сме използвали закръглена стойност за земното ускорение $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.)

Оттук нататък познаването на законите не е достатъчно – за да отговори на зададения въпрос, човек трябва да има представа за порядъците на величините. В задачата не случайно става дума конкретно за “маса”, а не абстрактно за “хоризонтална равнина”. Каквато и да е масата – дървена, метална, стъклена, коефициентът на триене при хлъзгане на тялото върху нея ще бъде по-голям от 0,1. (На практика коефициенти на хлъзгане, по-малки от 0,1, има само при движения върху сняг и лед.) Щом коефициентът на триене в нашия случай е толкова малък – под 0,05, единственото заключение, което можем да направим е, че тялото е снабдено с колела и имаме не триене при хлъзгане, а триене при търкаляне.

И така, отговорът е: тялото е снабдено с колела.

Забележете, че без конкретните числени стойности задачата няма решение. С общи числа стигаме само до израза $k < \frac{2s}{gt^2}$, но той, разбира се, не говори нищо за наличието или отсъствието на колела. И може би този факт е истинската причина за това, че задачата оставя леко странно впечатление.