

Кой кому придава енергия при удар

Задача. Коя е величината, определяща кое тяло ще увеличи енергията си при централен еластичен удар? Анализирайте възможностите след удара едно от телата да остане неподвижно.

Решение. Първите величини, за които се досеща човек след такъв въпрос са масата, скоростта и енергията. Лесно е да се приведат примери обаче, от които се вижда, че при удар енергия може да придаде както по-лекото на по-тежкото тяло, така и обратно – по-тежкото на по-лекото; както по-бързото на по-бавното, така и обратно; както тялото с по-голяма енергия на тялото с по-малка енергия, така и обратно. Тези примери поставят въпроса дали въобще съществува величина, познаването на която позволява, без да решаваме някоя конкретна задача, да определим чия енергия след удара ще намалее и чия – ще се увеличи. За да намерим отговора, използваме познатите закони за запазване от механиката.

Да означим с m и M ($m < M$) масите на телата, с v и V проекциите на техните скорости върху правата, по която се движат преди удара техните центрове на масите, а с u и U – съответните проекции след удара. За конкретност за положителна приемаме посоката на скоростта на по-масивното тяло (т.е. $V > 0$).

С помощта на законите за запазване на енергията и на импулса:

$$(1,а) \quad \frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{MU^2}{2} + \frac{mu^2}{2}$$

$$(1,б) \quad MV + mv = MU + mu$$

изразяваме скоростите след удара чрез скоростите преди него:

$$(2,а) \quad U = \frac{M-m}{M+m}V + \frac{2m}{M+m}v$$

$$(2,б) \quad u = \frac{m-M}{M+m}v + \frac{2M}{M+m}V.$$

Формули (2) дават възможност да изразим промяната на енергията на по-масивното тяло чрез масите на телата и началните скорости:

$$(3) \quad \Delta E = \frac{MU^2}{2} - \frac{MV^2}{2} = \frac{2mM}{(M+m)^2} (MV + mv)(v - V).$$

(Очевидно същият израз, но с обратен знак, описва промяната на енергията на по-лекото тяло.)

Изразът:

$$(4) \quad p = MV + mv$$

представлява проекция на общия импулс на системата върху началната посока на движение на по-масивното тяло, така че окончателно:

$$(5) \quad \Delta E = \frac{2mM}{(M+m)^2} p(v - V).$$

Знакът на ΔE определя кой кому придава енергия: при $\Delta E < 0$ енергията на по-масивното тяло намалява, т.е. при удара то придава енергия на по-лекото и обратно – при $\Delta E > 0$ по-лекото тяло придава енергия на по-тежкото.

Видът на формула (5) подсказва, че, за да изясним условията, при които се реализира всеки от двата случая, трябва да разгледаме отделно случая на насрещен удар и случая, в който едното тяло настига другото, тъй като в първия знакът на разликата ($v - V$) е фиксиран ($v - V < 0$), докато във втория не е определен.

А. Насрещен удар. Щом сме приели, че $V > 0$, за да се осъществи насрещен удар е необходимо да бъде изпълнено неравенството $v < 0$ и тогава наистина $v - V < 0$, т.е. знакът на разликата от скоростите е фиксиран. Това означава, че знакът на ΔE се определя от знака на p . Тъй като преди удара посоките на импулсите на двете тела са противоположни, то отговорът на поставения въпрос е:

- Когато по големина импулсът на по-масивното тяло е по-голям от импулса на по-лекото, то $p > 0$, $\Delta E < 0$, т.е. енергия се предава от по-масивното на по-лекото тяло.
- Когато по големина импулсът на по-лекото тяло е по-голям от импулса на по-масивното тяло, то $p < 0$, $\Delta E > 0$, т.е. енергията на по-масивното тяло расте за сметка на енергията на по-лекото тяло.

Извод: При насрещен удар енергия печели тялото с по-малък импулс, т.е. в този случай за посоката на пренос на енергия определяща величина е общият импулс на телата.

Следствие: Когато общият импулс на системата е нула ($\left|\frac{v}{V}\right| = \frac{M}{m}$), при удара телата не обменят енергия, което означава, че скоростите им се запазват по големина и само сменят посоката си на противоположната.

От формули (2) следват и определени заключения относно възможността след удара едно от телата да остане неподвижно или да смени посоката на движението си. Тъй като и $v < 0$, и $m - M < 0$, то двете събираеми в дясната строно на (2,б) са положителни и следователно $u > 0$, т.е. след насрещен удар по-лекото тяло не може да остане неподвижно и непременно сменя посоката на движението си.

Положението при по-масивното тяло е по-сложно. При относително бавно движение на лекото тяло масивното тяло просто забавя движението си след удара, като от (2,а) следва, че $U = 0$ при $v' = -\frac{M-m}{2m}V$, т.е. при тази стойност на v масивното тяло след удара остава в покой. При по-голяма скорост на по-лекото тяло ($v > v'$) и двете тела сменят посоките на скоростта си.

Тези изводи съответстват на интуитивните представи за последствията от насрещни удари.

Б. Удар между еднопосочно движещи се тела. В този случай $V > 0$, $v > 0$ и $p > 0$, така че знакът на ΔE се определя от знака на разликата $v - V$. Когато по-масивното тяло е отпред и получава удар отзад (т.е. $v > V$), от (5) следва $\Delta E > 0$ и енергията на масивното тяло расте. В случая, когато отпред е лекото тяло (т.е. $v < V$), $\Delta E < 0$ – по-масивното тяло отдава енергия на по-лекото.

Извод: При удар между еднопосочно движещи се тела енергия печели по-бавното тяло, т.е. в този случай за посоката на пренос на енергия определящи са скоростите на телата, които са еднопосочни и посоката им съвпада с посоката на общия импулс на системата.

Този извод също съответства на интуитивната представа за последствията от ударите.

Тъй като в случая и двете събираеми в дясната страна на (2,а) са положителни, не е възможно след удара $U = 0$, т.е. не е възможно след удара по-масивното тяло да

остане неподвижно. От (2,б) следва, че при $v'' = \frac{2M}{M-m}V > V$ след удара по-лекото тяло спира, а при скорост $v > v''$ след удара започва да се движи в обратна посока.

И така, общият извод е, че чрез насрещен удар може да се спре само по-масивно тяло, а чрез удар на едностранно движещи се тела може да се спре само по-леко тяло.

Обобщение. Изводите от двата случая (при насрещен удар и удар след настигане) може да се обединят, като се въведе понятието *посока на преноса на енергия*. Ако под посока на преноса на енергията разбираме посоката от тялото, което отдава енергия към тялото, което приема енергия, то обобщеният резултат от разглежданията може да се формулира във вида:

При централен еластичен удар между две тела посоката на предаване на енергия съвпада с посоката на общия механичен импулс на системата.

Така отговорът на поставения в началото въпрос се оказва положителен: величина, която определя посоката на предаване на енергия съществува – това е **общият импулс на системата**.