Ефективност на парната турбина

По принцип решението на всяка механична задача може да се проведе в произволно избрана (даже неинерциална) отправна система. Подходящият избор на отправната система обаче може да облекчи силно решението. За съжаление, в сегашната програма по физика и астрономия за 8. клас въпросите, свързани с относителността на движенията се засягат съвсем бегло. Надяваме се, че в бъдеще поне част от учениците ще изучават физика на едно по-нормално равнище и ще се запознаят и с количествените връзки при преход между различни отправни системи (напр. със закона за събиране на скоростите). Тогава, за тези ученици, ще бъде поучително да се демонстрира преимуществото на удачния избор на отправната система чрез решаване на следната задача.

Задача. Преди удара в лопатките на парната турбина скоростта на струята от водна пара е v. Намерете при каква скорост u на лопатките ефективността на турбината е максимална.

Анализ. Нека първо се разберем какво ще наричаме ефективност на турбината. В парната турбина движеща се с висока скорост струя водна пара удря лопатките на въртящ се ротор. Струята притежава определена кинетична енергия, част от която при удара предава на ротора. Мярка за ефективността на турбината ще ни бъде частта от началната енергия на струята от пара, която се предава на ротора. (По-точно би било, разбира се, да говорим не за енергия въобще, а за енергия, пренасяна или предавана за единица време, т.е. – за мощност.)

Не е трудно с метода на екстремните (граничните) стойности да покажем, че съществува такава скорост на ротора, при която ефективността на турбината е максимална. Наистина, да си представим първо, че на ротора е сложена спирачка, той не може да се върти ($u = 0$) и водната пара удря неподвижни лопатки. Това е първият екстремен случай, в който очевидно ефективността на турбината е нула, тъй като на ротора не получава никаква енергия. Другият екстремен случай е, когато линейната скорост на въртене на лопатките е равна на скоростта на парата ($u = v$). Той може да се постигне в идеалния случай на отсъствие на триене в лагерите на ротора и на товар върху оста му, т.е. – турбината не върши никаква работа (напр. не върти ротора на електрогенератор). И в този случай ефективността на турбината е нула, на ротора не се предава енергия, защото скоростта на парата не се променя, т.е. каквато енергия парата е притежавала преди досега с лопатките, такава притежава и след него.

Щом и при $u = 0$, и при $u = v$ ефективността на турбината е нула, то непременно някъде в интервала $0 < u < v$ ефективността на турбината трябва да има максимум (математиците биха казали – *поне един* максимум).

От физични съображения е ясно, че турбината ще има максимална ефективност, когато при удара цялата кинетична енергия на струята се предаде на ротора, т.е. когато след удара скоростта на парата е нула. Въпреки че движението на лопатките е въртеливо, ние се абстрахираме от този факт и ще смятаме, че скоростта v на струята е перпендикулярна на лопатката, т.е. еднопосочна с нейната моментна скорост u. Поради това не е необходимо скоростите да се разглеждат като вектори – с v и u означаваме техните проекции върху посоката на струята.

Освен това, при решаване на задачата ще смятаме, че, първо, ударът на парата в лопатката е абсолютно еластичен и, второ, че масата на парата, която за единица време достига лопатките, е пренебрежимо малка спрямо масата на ротора на турбината.

Решение

Решението се опира на известното свойство, че при еластичен удар в *неподвижна* стена големината на скоростта на тялото се запазва, а нормалната й съставяща сменя посоката си. Щом смятаме масата на ротора за достатъчно голяма, можем да използваме това свойство на еластичните удари и ще направим разглежданията в отправна система, в която лопатките в момента на удара са неподвижни. Скоростта на струята в тази система (относителната скорост на струята спрямо лопатката) е:

(1) $$v' = v - u.$$

След удара, в същата отправна система, скоростта на струята ще бъде:

(2) $$v'' = -v' = u - v.$$

Съгласно със закона за събиране на скоростите, скоростта на струята след удара в отправна система, неподвижно свързана със *статора* на турбината, е:

(3) $$v_{кр} = v'' + u = 2u - v.$$

Тъй като анализът показа, че ефективността на турбината е максимална, ако в неподвижната отправна система след удара парата е неподвижна, т.е. при $v_{кр} = 0$, от (3) получаваме търсеното съотношение между скоростите на парата и на лопатките:

(4) $$u = \frac{v}{2}.$$

Следователно, за да получим максимална ефективност, режимът на работа на турбините трябва да подбираме така, че линейната скорост при въртене на лопатките да бъде равна на половината от скоростта на водната пара.

Коментар. Ако задачата за турбината не ви се струва достатъчно привлекателна, можете да я представите във вид, който ще бъде по-интересен поне за момчетата в класа. Задайте въпроса по следния начин:

Каква скорост u ще придобие футболната топка, ако при изпълнение на наказателен удар непосредствено преди него краят на крака на футболиста има скорост v?

В този случай масата на крака е значително по-голяма от масата на топката и в началото следва да разглеждаме ситуацията в отправна система, неподвижно свързана с крака. В тази система топката се движи срещу крака със скорост $-v$ и след еластичния удар, отново в същата система, скоростта й става v. И тъй като самата система се движи с такава скорост, скоростта на топката спрямо земната повърхност ще бъде $u = 2v$.

Не е трудно тези разсъждения да се свържат със записаните по-горе равенства.

И една аналогия. Вероятно сте решавали следната задача:

Консуматор със съпротивление R е свързан с източник с ЕДН ε и вътрешно съпротивление r. При каква стойност на R отдадената на консуматора мощност е максимална?

И тук в двата екстремни (гранични) случая: при $R = 0$ (т.е. при късо съединение), и при $R = \infty$ (т.е. при отворена верига, когато ток въобще не тече), отдадената на консуматора мощност е нула.

За да намерим максимума, първо от закона на Ом за цялата верига определяме тока във веригата:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \ .$$

Отдадената на консуматора мощност е:

$$P = RI^2 = \frac{R\mathcal{E}^2}{(R+r)^2} \, .$$

В случай, че не обичате да търсите минимуми и максимуми на функции чрез приравняване към нула на първите им производни, трябва да се досетите да запишете последния израз във вида:

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} - \frac{\mathcal{E}^2 (R-r)^2}{4r(R+r)^2} \, .$$

От него веднага се вижда, че максимална мощ във външната верига се отдава в случая, когато вторият член, знакът пред който е отрицателен, е нула, т.е. когато съпротивленията на консуматора и на източника са равни.

Е, къде все пак е аналогията? Аналогията е в това, че максимална мощност се оползотворява: в първия случай, когато скоростта на лопатките на турбината е точно половината от скоростта на парата, а във втория случай – когато съпротивлението на консуматора е точно половината от общото съпротивление на веригата. Може би си струва да се замислите дали в този факт не се крие някакъв по-дълбок смисъл, дали той не е следствие от някакъв по-общ принцип, който е валиден винаги, когато става пренасяне или преобразуване на енергия?