

“Ляво” и “дясно” напрежение или – какво мери волтметърът?

Не една страница от учебната и методическата литература са посветени на въпроса, зададен в заглавието.

Всеки седмокласник би отговорил "Волтметърът мери напрежение." Този отговор обаче би следвало да се разглежда като тривиален, защото той е нещо като "дефиниция" за волтметър: "Волтметър се нарича уредът, с който измерваме напрежение". Всъщност, за да отговорим по същество на въпроса "Какво мери волтметърът?", трябва да изясним три по-прости въпроса:

1. Коя физична величина пряко определя отклонението на стрелката на волтметъра?
2. Коя е дефиницията за електрично напрежение?
3. Защо отклонението на стрелката на волтметъра се определя от напрежението между клемите на уреда.

Без да се впускаме в технически подробности, можем да дадем ясен отговор на първия въпрос – съвременните волтметри са конструирани така, че отклонението на стрелката на уреда е право пропорционално на тока през уреда, колкото и малък да е той. Следователно първичният въпрос "Какво мери волтметърът?" може да се преформулира по следния начин: "Коя физична величина определя тока през волтметъра?".

Значително по-труден е отговорът на втория въпрос. И то не защото определението за напрежение е трудно, а защото различни автори по различен начин дефинират тази физична величина. Колкото и да ненавиждам автоцитатите, не мога да не отбележа, че на български език не познавам по-пълен преглед на различните мнения и аргументи по въпроса от този в сп. "Физика", кн. 2 от 1993 г. озаглавен "Напрежение и потенциална разлика".

Всички автори са единодушни, че **напрежението между две точки се определя като работа при пренасяне на единица заряд между точките**. Основната разлика идва от това, че едни автори отчитат работата на **всички** действащи на заряда сили, а други – работата само на **електричните** сили. Какво мери волтметърът – работата на всички сили, или работата само на електричните сили?

Отговор на третия въпрос дава обобщеният закон на Ом, който е валиден не само за постоянни, но и за променливи (квазистационарни) токове. Ако смятаме, че капацитивното и индуктивното съпротивления на уреда са пренебрежимо малки, а омовото му съпротивление означим с R_0 , според този закон:

$$(1) \quad R_0 I_0 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}'.$$

Тук I_0 е токът през уреда, R_0 – собственото му съпротивление, а \mathcal{E}' – електродвижещото напрежение, дължащо се на **всички** електродвижещи сили, действащи на зарядите. Тези ЕДС са два типа. Първият тип включва така наречените странични ЕДС. Те са породени от нехомогенност на проводящата среда от произволен характер – химична, термо-, фото- и пр. нехомогенности. Вторият тип включва индуцираните ЕДС, описвани от закона на Фарадей за електромагнитната индукция. Потенциалната разлика $\varphi_1 - \varphi_2$ е равна на работата на консервативната част от действащите електрични сили при пренасяне на единица заряд през уреда, а \mathcal{E}' – на съответната работа на електродвижещите сили. Следователно токът I_0 , а с него – и показанието на уреда, наистина се определя от работата на **всички** сили при пренасяне през уреда на единица заряд от едната му клемата до другата.

Конструкциите на волтметрите обаче са такива, че в тях няма други електродвижещи сили, освен евентуално индуцираните, които играят роля само при

променливи полета и токове. Тогава, ако с \mathcal{E} означим индуцираното ЕДН, обобщеният закон на Ом придобива вида:

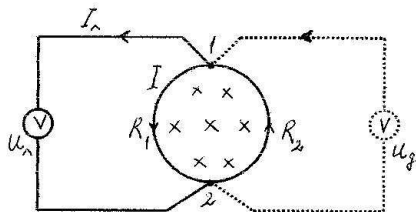
$$(2) \quad R_0 I_0 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}.$$

В този случай в дясната страна на равенството фигурира само работа на електрични сили: $\varphi_1 - \varphi_2$ на тяхната консервативна, а \mathcal{E} – на тяхната неконсервативна част.

И така, отговорът на въпроса "Какво мери волтметърът – работата на всички сили, или работата само на електричните сили?" е: "Волтметърът мери работата на **всички** сили при пренасяне през него на единица заряд, но конструкцията му е такава, че в случая действат само електрични сили."

Когато полето е статично или стационарно (не зависи от времето), $\mathcal{E} = 0$ и тогава волтметърът мери просто потенциалната разлика между клемите на уреда. Това е и равнището, над което не можем да се издигнем в рамките на общообразователния минимум. *За масовия випускник на нашето средно училище напрежение и потенциална разлика са синоними.* В надграждащия курс по физика обаче е възможно да се излезе извън тези рамки, като особено се наблегне на факта, че при променливите токове напрежението между две точки вече се определя не само от тяхното местоположение, но и от формата на траекторията, по която си представяме, че се премества единичният заряд. По-просто казано, когато мерим напрежение при променливи токове, може да се натъкнем на привидния парадокс, че *показанието на волтметъра зависи освен от това, към кои точки от веригата са свързани клемите му, но и от самото разположение на уреда.* Най-добра илюстрация на този факт е следната класическа задача.

Задача. Кръгов проводящ пръстен загражда магнитно поле, чиято индукция расте с времето линейно, поради което в пръстена се индуцира постоянно ЕДН \mathcal{E} с указаната на фиг. 1 посока. Колко е напрежението между диаметрално противоположните т.1 и т.2, ако омовите съпротивления на двете половини на пръстена са съответно R_1 и R_2 .



Фиг. 1.

Решение

Нека волтметърът е разположен отляво на пръстена (както е показано с плътни линии на фиг. 1). Токът, който тече през уреда и определя отклонението на стрелката му, ще означим с I_0 , а токът, който тече по лявата половина на пръстена – с I .

Затвореният контур, включващ т. 1, уреда, т. 2 и лявата половина на пръстена не съдържа ЕДН и затова вторият закон на Кирхоф за този затворен контур има вида:

$$(3) \quad I_0 R_0 - I R_1 = 0,$$

като за посока на обхождане на контура сме избрали посоката, противоположна на посоката на движение на часовниковите стрелки.

След това, при същото разположение на волтметъра, записваме втория закон на Кирхоф за затворения контур, включващ т. 1, уреда, т. 2 и дясната половина на пръстена, като и него обхождаме в същата посока. Този контур загражда променливия

магнитен поток и следователно в него има индуцирано ЕДН \mathcal{E} . Освен това отчитаме, че според първия закон на Кирхоф, записан за възловата т.2, токът през дясната половина на пръстена е $I + I_{\text{л}}$, така че законът на Кирхоф има вида:

$$(4) \quad I_{\text{л}}R_0 + (I + I_{\text{л}})R_2 = \mathcal{E}.$$

От (3) и (4) за тока през уреда получаваме:

$$I_{\text{л}} = \frac{R_1}{R_0(R_1 + R_2) + R_1R_2} \mathcal{E},$$

а за показанието на уреда, т.нар. “ляво напрежение”, съответно:

$$(5) \quad U_{\text{л}} = R_0 I_{\text{л}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_0}} \mathcal{E}.$$

По аналогичен начин пресмятаме какво ще бъде показанието на уреда, ако го поставим от дясната страна на пръстена (положението, отбелязано на фиг. 1 с пунктир). Ако означим в този случай тока през уреда с $I_{\text{д}}$, токът през дясната половина на пръстена сега ще бъде $I - I_{\text{д}}$ (отново според първия закон на Кирхоф), а вторият закон на Кирхоф за затворения контур, включващ т. 1, дясната половина на пръстена, т. 2 и уреда (контур, който не съдържа ЕДС!) дава връзката:

$$(6) \quad I_{\text{д}}R_0 - (I - I_{\text{д}})R_2 = 0.$$

Същият закон, но приложен за затворения контур, включващ т. 1, лявата половина на пръстена, т. 2 и уреда (контурът, в който има индуцирано ЕДН \mathcal{E}), дава втора връзка:

$$(7) \quad I_{\text{д}}R_0 + IR_1 = \mathcal{E}.$$

От последните две равенства намираме тока през уреда за този случай:

$$I_{\text{д}} = \frac{R_2}{R_0(R_1 + R_2) + R_1R_2} \mathcal{E},$$

както и показанието на уреда – “дясното напрежение”:

$$(8) \quad U_{\text{д}} = I_{\text{д}}R_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_0}} \mathcal{E}.$$

От сравнението между формулите (5) и (8) се вижда, че показанията на волтметъра наистина са различни, в зависимост от това дали той е от едната, или от другата страна на пръстена, в който се индуцира ЕДН. “Лявото” и “дясното” напрежение се различават не само по големината – те фактически се различават и по знак, защото посоката на тока през уреда в двата случая е противоположна. Така, че даже при $R_1 = R_2$, различието между напреженията се запазва: големините им се изравняват, но знаците остават противоположни.

От (5) и (8) получаваме още, че при идеален волтметър, т.е. при $R_0 \rightarrow \infty$, двете напрежения стават съответно:

$$(9) \quad U_{\text{л}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \mathcal{E} \quad \text{и} \quad U_{\text{д}} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \mathcal{E},$$

като във втория случай сме отчели и знака минус в “дясното” напрежение.

Коментар.

1. В допълнение можем да намерим и потенциалната разлика $\phi_1 - \phi_2$ между т. 1 и т. 2, за да почувстваме още по добре разликата между двете величини – напрежение и потенциална разлика.

Когато няма никакви измервателни уреди, токът I през пръстена се определя от закона на Ом за затворена верига: $I = \mathcal{E}/(R_1 + R_2)$. За да намерим въпросната

потенциална разлика, ще запишем обобщения закон на Ом за левия полупръстен, като отчитаме, че (от геометрични съображения) индуцираното в него напрежение е точно половината от общото ЕДН. Така получаваме равенството:

$$(10) \quad R_1 I = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}/2.$$

Като заместим тук $I = \mathcal{E}/(R_1 + R_2)$ и решим спрямо $\varphi_1 - \varphi_2$, получаваме:

$$(11) \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{2}.$$

Вижда се, че потенциалната разлика не е равна нито на “лявото” напрежение, нито на “дясното” напрежение – тя се оказва тяхна сума, което личи от сравнението с двете формули (9).

Накрая още веднъж ще подчертаем, че въпросната разлика между физичните величини потенциална разлика и напрежение се появява само при променливи полета. В стационарните, а още повече – в статичните случаи двете величини са наистина синоними.

2. Тъй като фиг. 1 представя една многосвързана система от проводници, решението на задачата е добър повод да припомним две важни правила, които се спазват при прилагане на двата закона на Кирхоф:

– Когато схемата включва n възлови точки, първият закон на Кирхоф се пише за $n - 1$ от тях (последната, n -тата връзка е следствие от останалите). Нашата схема има 2 възлови точки – т. 1 и т. 2. Затова първият закон на Кирхоф дава само $2 - 1 = 1$ връзка.

– Независими връзки с помощта на втория закон на Кирхоф се получават само ако всеки следващ затворен контур, за който записваме закона, съдържа поне един проводник, който не е бил включван в предишните контури. Така например схемата от фиг. 1 съдържа още един затворен контур, състоящ се само от пръстена. За него обаче няма смисъл да прилагаме втория закон на Кирхоф, защото равенството, което ще получим, е следствие от вече написаните равенства. В последното се убеждаваме, ако извадим от равенство (4) равенство (3) – получаваме точно втория закон на Кирхоф, записан за пръстена.

3. В предложената задача може да възбуди известно недоумение фактът, че пръстенът на фигурата като че ли е хомогенен, а двете му половини имат различни съпротивления. От този недостатък е освободен следният вариант на задачата, който намираме в книгата на Клифърд Шварц¹. Там кръговият пръстен е хомогенен, промяната на магнитното поле индуцира в него постоянно ЕДН, равно на 1 V, но т. 1 и т. 2 не са диаметрално противоположни, а дължината на дъгата между тях е 1/6 от дължината на цялата окръжност. Към точките са включени едновременно два волтметра – единият откъм страната на по-късата дъга на пръстена, а другият – откъм по-дългата. След решението на задачата се оказва, че уредът, намиращ се от страната на по-късата дъга, отчита 1/6 V, а другият – 5/6 V, въпреки че клемите и на двата уреда са свързани с едни и същи точки.

¹ Суорц К.Э. Необыкновенная физика обыкновенных явлений, М., Наука, 1987.