

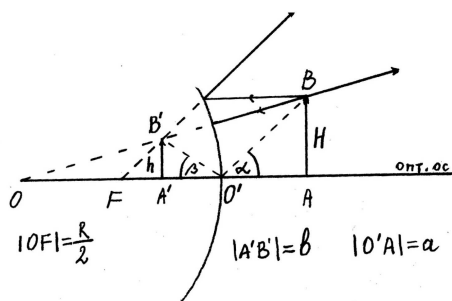
### Колко голям е образът на Луната

Известна е една "хитра" оптична задача, в която се пита на какво разстояние от брега на езеро наблюдател вижда образа на Луната, получен при отражение на лунната светлина от водната повърхност. Обикновено отговорът е 380 000 km, т.е. колкото е разстоянието между Земята и Луната. Разбира се, този отговор се обосновава със законите за отражение от плоско огледало. Верният отговор обаче е, че лунният образ се намира на разстояние 3200 km, т.е. около 120 пъти по-близо! Наистина, водната повърхност не е строго плоска – тя представлява част от сфера – сфера с радиус, равен на радиуса на Земята,  $R = 6400$  km. По такъв начин образът се получава не по правилата за построяване на образи след отражение от плоско, а от изпъкнало сферично огледало. И тъй като фокусното разстояние на сферично огледало е  $R/2$ , а "предметът" (Луната), е практически в безкрайност, образът се получава във фокуса на огледалото, т.е. на 3200 km от наблюдателя.

Освен обстоятелството, че нашият окомер трудно преценява разстояния от порядък на хиляди километри, илюзията, че образът на Луната е като от плоско огледало се засилва от факта, че размерите на Луната и на образа изглеждат равни. За да се убедите в последното не е необходимо да търсите езеро – работа ще свърши и един разлят съд с вода (например леген) и в него водната повърхност не е строго плоска, а е част от сфера с радиус, равен на радиуса на Земята. В подходящо време, когато Луната се вижда, поставете хоризонтално до съда плоско огледало и застанете така, че да виждате едновременно двата образа на Луната. Видимо като че ли ъгловите им размери не се различават. Дали това е наистина така, дали не се дължи на факта, че окото едва ли може да направи разлика между две толкова големи разстояния, каквито са 380 000 km и 3200 km, се вижда от решението на следващата задача.

**Задача.** Покажете, че при наблюдение от непосредствена близост до изпъкнало сферично огледало, ъгловите размери на предметите и на техните образи са равни.

**Решение**



Фиг. 1

На фиг. 1 е показан предмет с височина  $H$ , намиращ се на разстояние  $a$  пред изпъкнало сферично огледало с радиус  $R$ . По известните правила (лъч, насочен към центъра  $O$  на огледалото се връща обратно, а продължението на лъч, успореден на оптичната ос, след отражението минава през фокуса  $F$ ) е построен образът на предмета, който се намира на разстояние  $b$  от върха на огледалото и има височина  $h$ . От формулата за изпъкнало сферично огледало:

$$(1) \quad \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f},$$

като отчетем, че  $f = R/2$ , за разстоянието на образа до върха  $O'$  на огледалото получаваме:

$$(2) \quad b = \frac{aR}{R + 2a}.$$

Когато окото на наблюдателя се намира при върха на огледалото, предметът и неговия образ се виждат под ъгли съответно  $\alpha$  и  $\beta$ , чиито тангенси се определят от равенствата:

$$(3) \quad \operatorname{tg} \alpha = H/a \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \beta = h/b.$$

Тъй като вече имаме връзка между  $a$  и  $b$  (формула (2)), съотношението между ъглите ще намерим, ако намерим връзка и между двете височини. За целта използваме подобните триъгълници  $\triangle OAB$  и  $\triangle OA'B'$ . От тяхното подобие следва:

$$(4) \quad \frac{H}{a + R} = \frac{h}{R - b}.$$

Ако в (4) заместим  $b$  от формула (2), след елементарно преобразуване намираме връзка между двете височини:

$$(5) \quad h = \frac{HR}{R + 2a}.$$

Заместването на  $h$  от (5) и на  $b$  от (2) във формулата за  $\operatorname{tg} \beta$  води до равенството:

$$(6) \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta,$$

т.е. ъгловите размери на предмета и на образа са равни.

**Коментар.** И така, ъгловите размери на Луната и на нейния образ във водата наистина са равни, но не защото водата отразява като плоско огледало, а защото такова свойство имат изпъкналите сферични огледала, когато окото е близко до огледалото. (В случая с Луната няколкото метра разстояние от окото до водната повърхност очевидно може да се пренебрегне както спрямо разстоянието до самата Луна, така и до образа ѝ.)

Ние лесно помним правилото, че образът в изпъкнало сферично огледало е винаги умален и това е вярно за **линейните** величини – за размерите на предмета и неговия образ – те не зависят от наблюдателя. **Ъгловите** размери обаче зависят от това, къде се намира окото. Според току що доказаното, когато разстоянието от окото до огледалото е малко спрямо разстоянието до предмета, ъгловите размери на предмета и на образа му са равни. Това означава, че в този случай, т.е. по отношение на ъгловите размери), кривината на огледалото не играе роля.