Относно умението да се управлява велосипед

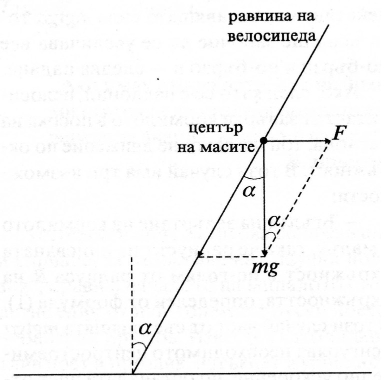
Възможно е през последните десетилетия, вследствие на масовото навлизане на автомобилите в живота ни, относителният брой на хората, които умеят да използват велосипед, да е намалял. Тази тенденция може да продължи. Възможно е обаче заради вредното влияние на автомобилите върху околната среда и по други (например здравословни) причини този брой в бъдеще да започне да расте. Независимо коя от тези тенденции ще се реализира, управлението на велосипед е едно умение, което е интересно от физична гледна точка. На качествено равнище ние го разгледахме преди години[1], като поставихме ударение върху отговора на въпроса "Какво всъщност учим, когато се учим да караме велосипед?". По-долу, след повторение на качественото разглеждане, предлагаме и неговото доразвиване на количествено отношение.

Качествена задача. Наистина, какво учим, когато се учим да караме велосипед?

Ясно е, че в процеса на обучение си изработваме някакви рефлекси, които позволяват да пазим равновесие върху велосипеда, но как стоят нещата от гледна точка на физиката?

За да стигнем до отговора на поставения въпрос, първо ще обърнем внимание на факта, че никой (освен например някои циркови артисти) не се учи да пази равновесие върху неподвижен велосипед. Това подсказва, че определена роля в случая играе скоростта и първото нещо, което минава през главата на училия физика човек е, че тук роля играе жироскопичният ефект. (Известно е, че жироскопът се стреми да запази посоката на оста, около която се върти, а въртящите се колела на велосипеда представляват своеобразни жироскопи.) Оказва се обаче, че това е погрешна посока за разсъждения: инерчният момент на велосипедните колела е твърде малък, а и ъгловите скорости в случая не са достатъчно големи, за да бъде ролята на жироскопичния ефект съществена. (Съвсем друга е ситуацията при мотоциклетите – инерчните моменти на техните колела и скоростите на въртенето им са достатъчно големи, така че ролята на жироскопичния ефект при тях е определяща. На това се дължат и определени съществени разлики в начините на управление на велосипед и на мотоциклет.)

Да припомним първо, че когато прави завой с радиус R, велосипедистът се наклонява в посока на завоя на определен ъгъл α. За да се движи по окръжност с радиус R и със скорост v, на тяло с маса m трябва да действа центростремителна сила с големина $F = \dfrac{mv^2}{R}$. За велосипедиста роля на такава сила играе съставящата $mg\,\mathrm{tg}\alpha$ на силата на тежестта (фиг. 1). (Силата на тежестта се разлага на сума от две съставящи: едната е в равнината на велосипеда и се уравновесява от реакцията на опората, а другата, тъкмо $mg\,\mathrm{tg}\alpha$, е насочена към центъра на дъгата, по която се завива.)



Фиг. 1.

---

[1] **Попов Хр.** Какво всъщност учим, когато се учим да караме велосипед?, Физика, 6, 2005.

От равенството $mg\,\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{mv^2}{R}$ получаваме връзка между радиуса на завоя и ъгъла на наклона:

(1) $$R = \frac{v^2}{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}.$$

Вторият факт, който следва да отчетем, е, че радиусът на завоя, който прави велосипедът, се определя от завъртането на кормилото: на колкото по-голям ъгъл го завъртим, толкова по-малък е този радиус.

За да отговорим на въпроса какво учим, ще разгледаме движението на опитен велосипедист. При праволинейно движение колелата се въртят във вертикалната равнина, в която лежи и центърът на масите на системата човек – велосипед. Да си представим, че поради някаква причина тази равнина се отклони от вертикалата на определен ъгъл α. Ако велосипедистът не реагира, под действие на съставящата $mg\mathrm{tg}\alpha$ силата този ъгъл ще започне да се увеличава все по-бързо и по-бързо и – следва падане.

Ако, след като се е наклонил, велосипедистът завърти кормилото в посока на наклона, той ще започне движение по окръжност. В този случай има три възможности:

– Ъгълът на завъртане на кормилото е малък, така че радиусът на описваната окръжност е **по-голям** от радиуса R на окръжността, определен от формула (1). В този случай една част от съставящата $mg\mathrm{tg}\alpha$ осигурява необходимото центростремително ускорение, но останалата част отново действа за увеличаване на ъгъла α и отново предизвиква падане (макар в този случай падането да става по-бавно).

– Ъгълът на завъртане на кормилото е по-голям от предишния случай и точно такъв, че велосипедът започва да описва окръжност, чиито радиус е **равен** на определения от формула (1). В този случай движението продължава по тази окръжност и наклонът не се променя.

– Ъгълът на завъртане на кормилото е още по-голям, така че радиусът на описваната окръжност е **по-малък** от радиуса, определен от формула (1). В този случай съставящата $mg\mathrm{tg}\alpha$ не е достатъчна, за да осигури центростремително ускорение за движение по окръжност с толкова малък радиус и тялото се стреми по инерция да продължи движение в първоначалната си посока. (Разсъждавайки от гледна точка на неинерциалната система, свързана с велосипедиста, бихме констатирали, че наклонът се изправя под действие на *центробежна* сила.) При това положение ъгълът на наклона постепенно намалява.

(Ако след първоначалното накланянето в дадена посока велосипедистът завърти кормилото в обратната посока, възможността е само една – сигурно падане.)

Направените разглеждания показват какво трябва да направи един велосипедист, когато се движи праволинейно и случайно се наклони встрани. За да се върне във вертикално положение, той трябва да завърти кормилото в посока на наклона така, че радиусът на описваната от велосипеда окръжност да бъде по-малък от радиуса, определян по формула (1). В този случай действието на приложените към велосипеда сили ще се стреми да го изправи. Разбира се, заедно с изправянето той ще трябва да връща и кормилото към началното му положение, ако иска да запази посоката си на движение.

В случай, че у вас се появят съмнения в правилността на приведените разсъждения, разгледайте внимателно следите, които оставят предното и задното колело на велосипеда при движение по прашен път: докато следата от задното колело е относително праволинейна, следата от предното наистина прави леки отклонения от нея в двете посоки.

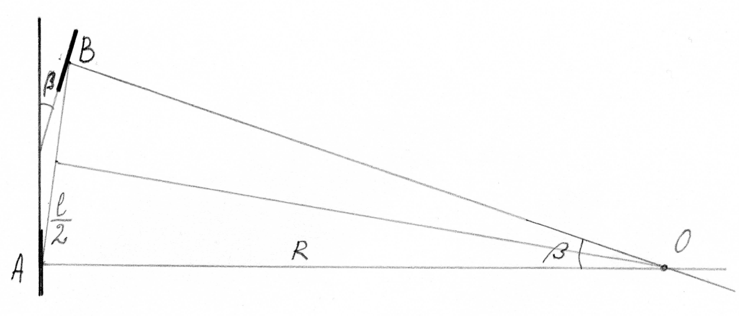
И така, отговорът на въпроса, поставен като качествена задача, е: когато се учим да караме велосипед, ние постепенно изграждаме рефлекси, които позволяват по време на движение и при случайно наклоняване встрани да завъртаме кормилото в подходящата посока и на подходящ ъгъл, така че наклонът на велосипеда да започне да намалява.[2]

Нека сега с решението на следната задача преминем към количествено разглеждане на проблема.

Задача. На какъв ъгъл β следва да завърти кормилото колоездач, за да възстанови равновесието си, ако велосипедът се е наклонил и равнината му сключва ъгъл α с вертикалата? Скоростта на движение е v, а *базата на велосипеда*, т.е. разстоянието между осите на двете колела, е l.

Може би това, което по-горе нарекохме качествено разглеждане, заради наличните в него количествени елементи, трябваше да наречем *полу*качествено (или *полу*количествоно?). Съществено в момента е, че там получихме важния резултат, съдържащ се във формула (1): за да се движи по окръжност са радиус R, велосипедистът трябва да наклони равнината на велосипеда на определения по формула (1) ъгъл α спрямо вертикалата. Следващият въпрос е на какъв ъгъл β той трябва да завърти кормилото, така че велосипедът да описва дъга с радиус R. Намирането на неговия отговор е вече въпрос не на физиката, а на геометрията. За целта използваме фиг. 2, която представлява проекция на велосипеда върху хоризонтална равнина: двете колела са представени с удебелени отсечки, като оста на предното е завъртяна на ъгъл β спрямо посоката, в която се движи задното. Центърът O на окръжността, по която се движи велосипедът представлява пресечна точка на продълженията на осите на двете колела (когато наклонът α е малък и може да се пренебрегне). В този случай връзката между радиуса R на окръжността, базата l на велосипеда и ъгъла на завъртане на кормилото β може да се намери от (почти) равнобедрения триъгълник AOB:

(2) $$l = 2R\sin\frac{\beta}{2}.$$



Фиг. 2.

Като заместим тук R от формула (1) и решим полученото равенство спрямо $\sin\beta/2$, получаваме:

(3) $$\sin\frac{\beta}{2} = \frac{gl}{2v^2}\operatorname{tg}\alpha.$$

β е ъгълът на завъртане на кормилото, който осигурява движение по дъга с радиус R. Съгласно с казаното при качествения анализ на ситуацията, ако наклонът на велосипеда на ъгъл α е възникнал случайно и велосипедистът иска да продължи

---

[2] Желаещите да научат повече за стабилността при управление на велосипед и за различията при управляване на мотоциклет, може да се обърнат към книгата на С. С. Хилькевич “Физика вокруг нас” от Библиотечка “Квант”, Москва, Наука, 1985.

праволинейното си движение, той трябва да завърти кормилото на ъгъл, малко по-голям от ъгъла β, определен от формула (3). Тъй като по големина базите на различните типове велосипеди са от един и същ порядък, важната зависимост се съдържа в знаменателя на дясната страна на (3): ъгълът β силно зависи от скоростта на движение, като при по-големи скорости за поддържане на стабилно праволинейно движение са необходими значително по-малки ъгли на завъртане на кормилото.

Всичко това, разбира се, е в сила при нормално колоездене, когато кормилото е в ръцете на велосипедиста. Известно е обаче, че немалко хора владеят изкуството да управляват велосипеда и “без ръце”. Оказва се, че този случай е съществено различен от разгледания – интересуващите се могат да намерят подробности по него във вече цитираната книга на Хилкевич.