

Човек срещу кола

За повишаване на интереса към физиката в училище е особено важно да търсим и използваме житейски ситуации, за разплитането на които са достатъчни елементарни знания по физика. Много от срещаните из сборниците стандартни задачи, при малко фантазия, може да се превърнат в доста по-интригуващи. Ето например една такава често срещана задача.

Да се намери времето, през което хвърлено нагоре тяло пребивава на височина, по-голяма от h , ако максималната височина на издигане на тялото е H .

Съпротивлението на въздуха се пренебрегва.

Същата задача, но значително по-интересно, може да звучи по следния начин.

Задача. По телевизията показват клип, на който се вижда човек, стоящ на сред уличата. Срещу него се задава лека кола, движеща се с близка до разрешената в населени места максималната скорост. Вместо да се отмести встрани, човекът се засилва срещу колата, в подходящия момент подскача нагоре, колата минава под него и ... той се приземява невредим зад нея.

Всички знаем за безграничните възможности на компютърните програми да обработват образи. Задачата е да се прецени дали клипът не показва ловка фалшификация.

Анализ. Задачата в известен смисъл е Ферми-тип: необходимо е да се направят реалистични предположения относно величините, които са съществени за ситуацията. Първо – колата. Дължината на една лека кола е от порядъка на $L = 4$ m, а височината ѝ – $h = 1,5$ m. Ако няма специални ограничения, разрешената максимална скорост в населени места е 60 km/h. За да смятаме с цели числа, ние ще приемем, че скоростта на колата е 54 km/h = 15 m/s (в условието се казва, че скоростта е *близка* до максималната). Необходимо е да направим предположение и относно скоростта, с която човекът се засилва срещу колата. За Юсеин Болт не е проблем да бяга със скорост 10 m/s, но в условието на задачата не се казва, че човекът е спринтьор от световна класа. Освен това и дрехите сигурно му пречат, така че по-реалистично е да приемем, че той бяга срещу колата със скорост 5 m/s. Това означава, че относителната скорост на колата спрямо човека е $v = 20$ m/s.

По-нататък следва да направим някакви предположения относно височината, на която може да скочи човекът. Щом той прескача колата, значи може да скочи на височина поне 1,5 m. Ако обаче това е максималната височина, на която може да скочи, колата със сигурност ще го удари, защото на максималната си височина той може да се задържи само миг, след което ще започне да пада и неминуемо ще срещне някаква част от колата. Затова трябва да предположим, че щом се приземява зад колата, той може да скача на по-голяма височина. Да допуснем, че максималната височина на летва, която може да прескочи трениран човек (а този със сигурност е тренирал, иначе не би предприел подобно рисковано действие), е $H = 1,8$ m. (Това е далеч под световния рекорд за скок на височина, но там спортистите използват специален стил и се приземяват не на асфалт или паваж, какъвто е случаят тук.)

Най-просто е да разгледаме ситуацията в движещата се срещу колата отправна система, в която човекът остава винаги върху вертикалната ос Oy , т.е. движението му е като на тяло, хвърлено нагоре. Като се абстрахираме от трудностите, свързани с намирането на момента, в който човекът трябва да отскочи (по условие този момент не се търси), задачата се свежда до следното: *да преценим дали тяло, хвърлено нагоре със скорост, достатъчна за достигане височина H , пребивава достатъчно дълго време на височина над h , така че движещата се скорост v кола да измине разстояние поне L .*

Решение. От кинематиката знаем, че началната скорост u и максималната височина H на издигане на тяло, хвърлено нагоре, са свързани с формулата:

$$(1) \quad u = \sqrt{2gH},$$

където g е земното ускорение.

Следващата стъпка е да намерим моментите t_1 и t_2 , в които тялото се намира на височина h (веднъж издигайки се и втори път – падайки). За целта използваме закона за движение:

$$(2) \quad h = ut - \frac{1}{2}gt^2 = t\sqrt{2gH} - \frac{1}{2}gt^2.$$

Двете решения на това квадратно уравнение са съответно:

$$(3) \quad t_{1,2} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{h}{H}} \right].$$

Следователно интервалът време, през който човекът се намира на височина, по-голяма от h , е:

$$(4) \quad \Delta t = t_1 - t_2 = 2\sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{H-h}.$$

За това време леката кола ще измине разстояние:

$$(5) \quad l = v\Delta t = 2v\sqrt{\frac{2}{g}}(H-h).$$

Така в края на краищата всичко се свежда до сравняване на l с дължината L на колата. Като използваме посочените в началото данни, за l получаваме почти 10 m. С други думи, за времето, когато човекът пребивава над земята на височина, по-голяма от 1,5 m, дългата 4 m кола изминава почти 10 m, т.е. спокойно минава под него. (Стига, разбира се, човекът да отскочи в подходящия момент).

Извод: клипът би могъл да заснема действително събитие.

Анализ. От решението следва до известна степен изненадващият извод, че колкото по-бързо се движи колата, толкова по-лесно тя ще се “промуши” под човека. И наистина, като се замислим, това наистина би трябвало да бъде така. Нещо повече – колкото по-голяма е скоростта, не е необходимо човекът да се напруга да скочи максимално високо – разликата $H-h$ може да бъде по-малка. Всичко това, разбира се е вярно, но стеснява интервала време, в който човекът трябва да отскочи – уцелването на подходящия момент на отскачане става по-трудно.

Теми за размисъл.

1. Опитайте да пресметнете при какво разстояние до колата човекът трябва да подскочи.

2. При останалите данни непроменени, пресметнете минималната скорост на колата, при която все още човекът може да я прескочи.

3. По-горе използвахме доста груб модел за кола – еднаква височина по цялата ѝ дължина. Решете поставената в т. 2 задача при по-реалистична форма на колата: приемете, например, че и 1 m отпред, където е моторът, и 1 m отзад, където е багажникът, височината е 1 m, а само купето (останалите 2 m) има височина 1,5 m.

4. Задачата по принцип би трябвало да може да реши всеки осмокласник, който не само е заучил формулите от кинематиката, но и разбира за какво става дума. Ако наистина ще я решавате с осмокласници, трябва да отчетете, че те не са учили за събиране на скорости. При това положение трябва да опростите задачата, като човекът не се засилва срещу колата, а скача от място. (Тогава е удобно да зададете скоростта на колата направо 20 m/s.)