

### Термометър на Галилей

Галилей е конструирал термометър, който днес носи неговото име. Уредът представлява затворен вертикален стъклен цилиндър, по-голяма част от който е изпълнена с безцветна прозрачна течност. В течността са потопени няколко (6 – 10) запоеени стъклени ампули с разноцветни течности. Към всяка ампула е прикрепено метално етикетче, върху което е отбелязана стойност на температурата. Масата и обемът на ампулата са подбрани така, че силата на тежестта и Архимедовата сила се уравниават, когато температурата на течността е равна на отбелязаната върху етикетчето. Така, ако ампулите, върху които е отбелязано 20 °С и 22 °С плават, а тези с означения съответно 18 °С, 16 °С и т. н. – са потънали, то температурата е между 18 °С и 20 °С. Уредът се използва в интервала на стайните температури и от естетическа гледна точка предимството му пред традиционните термометри е очевидно. Освен това, като се знае на кой цвят на течността в ампулата каква температура съответства, отчитането на показанията може да се прави от значително разстояние.

**Задача.** В кой случай термометърът на Галилей е по-чувствителен – когато в него се използва вода, или когато се използва спирт?

#### Решение

Функционирането на термометъра на Галилей се основава на баланса между силата на тежестта и Архимедовата сила, действаща на дадена ампула. Доколкото силата на тежестта е постоянна, плаването или потъването на една ампула се определя само от Архимедовата сила  $F_A$ . Следователно мярка за чувствителността на термометъра ще бъде производната  $\frac{dF_A}{dt}$  на  $F_A$  спрямо температурата  $t$  – колкото по-голяма промяна на силата предизвиква определено повишение на температурата, толкова по-чувствителен е термометърът.

На поставения въпрос за чувствителността не може да се отговори на качествено равнище, защото са налице два противодействащи си фактора. От една страна температурният коефициент на разширение на спирта е по-голям от този на водата и поради това термометърът със спирт би трябвало да бъде по-чувствителен. От друга страна обаче плътността на водата е по-голяма, така че е възможно дори по-малка промяна на плътността ѝ да доведе до по-голяма промяна на Архимедовата сила. Ето защо проблемът трябва да се разгледа количествено.

Ако означим с  $v$  обема на ампулата, с  $g$  – земното ускорение, а с  $\rho$  – плътността на течността, Архимедовата сила е:

$$(1) \quad F_A = \rho g v.$$

Посредством формулата:

$$(2) \quad \rho = \frac{M}{V}$$

плътността може да се изрази чрез масата  $M$  и обема  $V$  на течността. И тъй като за относително тесните температурни интервали, за които става дума в задачата, обемът е линейна функция на температурата, то:

$$(3) \quad V = V_0(1 + \beta t),$$

където  $\beta$  е коефициентът на обемно разширение на течността при температура около 20 °С.

От трите формули следва, че като функция на температурата Архимедовата сила се описва с израза:

$$(4) \quad F_A = \rho_0 g v \frac{1}{1 + \beta t},$$

където  $\rho_0$  е плътността на течността при 20 °С. Чрез диференциране по  $t$  за търсената производна получаваме:

$$(5) \quad \frac{dF_A}{dt} = - \frac{\rho_0 g v \beta}{(1 + \beta t)^2}.$$

(Знакът минус означава, че с повишаване на температурата Архимедовата сила намалява. Чувствителността всъщност зависи от модула на  $\frac{dF_A}{dt}$ .)

Като отчетем, че и за водата, и за спирта  $\beta$  не надминава по порядък  $10^{-3}$ , за отклонения от няколко градуса над или под 20 °С можем да смятаме знаменателя в (5) приблизително равен на единица. При това положение чувствителността на термометъра се определя единствено от произведението  $\beta\rho_0$  за всяка от двете течности.

Тъй като плътността на водата е  $10^3 \text{ kg/m}^3$ , а коефициентът на обемното ѝ разширение – примерно  $2,3 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ , за нея въпросното произведение е  $\beta\rho_0 \approx 0,23 \text{ kg/(K.m}^3)$ . Плътността на спирта е  $790 \text{ kg/m}^3$ , а коефициентът на обемното му разширение –  $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Следователно за спирта съответното произведение е  $\beta\rho_0 \approx 0,87 \text{ kg/(K.m}^3)$ , което означава, че със спирт термометърът на Галилей ще бъде повече от три пъти по-чувствителен, отколкото ако се използва вода.