Проблемът с много големите числа и хипотезата на Дирак – за какво и как можем да ги използваме в училище

Вероятно може да се разсъждава по въпроса дали стремежът към унификация, към търсене на единство в разнообразието е вроден, или пък вкоренен у човека, но е факт, че той се проследява в историята и на религиите, и на философията, и, разбира се, на физиката. За да не се връщаме чак в древността, ще споменем само, че тласък в това отношение най-напред дават получените от Нютон резултати. Със създаването на класическата механика и откриването на закона за гравитацията, през втората половина на XIX век той осъществява първото обединение във физиката, показвайки че две дотогава напълно откъснати една от друга групи явления – движенията на небесните тела и движенията на телата около и по земната повърхност, се подчиняват на едни и същи закони. Следващата, втора крачка в тази посока прави два века по-късно Максуел. Той показва, че известните дотогава електрични, магнитни и оптични явления се подчиняват на една система от четири уравнения, от които се роди потвърденото по-късно предсказание за съществуване на електромагнитни вълни.

По този път към търсене на все по-общи физични закони принос има, разбира се, и втората половина на XX век (теорията на Уайнбърг, Глешоу и Салам за електрослабото взаимодействие). За нас сега обаче е интересен един по-ранен период – първата половина на XX век – времето, когато единствените фундаментални взаимодействия, чиито свойства са добре изучени, са електромагнитното и гравитационното. Следвайки вдъхновената от постиженията на Нютон и Максуел тенденция, мнозина физици (включително и Айнщайн) съсредоточават усилията си върху търсене на единна теория, обединяваща тези две взаимодействия. Грубо казано, и вярата, и надеждите са, че ще се открие уравнение (по-скоро – система от уравнения), чиито решения и следствия ще описват всички известни електромагнитни и гравитационни явления.

Проблемът с много големите числа

Още през 30-те години на XX век обаче някои физици обръщат внимание върху следния странен факт. Известно е, че при решаването на всеки физичен проблем величините могат да бъдат обезразмерени (например, ако се търси някаква енергия, за целта двете страни на съответното уравнение трябва да се разделят с някаква фиксирана енергия и т.н.). Известно обаче е и това, че резултатите от решенията на срещаните дотогава обезразмерени уравнения във физиката, не се изразяват с големи числа, като под *много големи числа* трябва да се разбират например десетократни степени на десетицата[1]. Обикновено решенията се изразяват с цели или дробни степени на числата, 2, 3, π и т.н.

[1] Файнман, известен и като шегаджия, коментирайки големите числа, „възразява” срещу определението *астрономически*, когато става дума за числа от порядъка на 10^9, 10^{10} и т.н. Като пример той привежда

Споменатият странен факт се състои в следното: ако търсената единна теория съществува, то от решенията на нейните уравнения би трябвало да може да се получи стойността на експериментално известното отношение между електричната и гравитационната сила, с която се привличат протонът и електронът във водородния атом:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}}{G\frac{m_p m_e}{a^2}} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 G m_p m_e} \approx 10^{40}. \tag{1}$$

Тук по традиция e означава заряда на електрона, m_p и m_e – масите съответно на протона и електрона, G – гравитационната константа, ε_0 – електричната константа и a – радиуса на водородния атом.

Отношението $\frac{F_e}{F_g} \approx 10^{40}$ е може би най-прочутото, но не е първото измежду *много големите числа* (Very Large Numbers). Още през 20-те години на миналия век английският астрофизик Артър Едингтън, използвайки тогавашните оценки за масата на Вселената и за масата на протона пресмята, че $\frac{M}{m_p} \approx 10^{80}$, т.е. броят на протоните във видимата част от Вселената трябва да е от порядъка[2] на 10^{80}.

Много големи числа се оказват и отношенията между масата на една типична звезда и масата на протона: $\frac{M_*}{m_p} \approx 10^{60}$, и между класическия радиус на електрона $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2} \approx 10^{-15}$ m и планковата дължина[3] $l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 10^{-35}$ m: $\frac{r_0}{l_P} \approx \frac{10^{-15}\ \mathrm{m}}{10^{-35}\ \mathrm{m}} = 10^{20}$ ($\hbar$ – разделената с 2π константа на Планк, c – скоростта на светлината във вакуум).

Ето как някои физици изразяват същността на проблема с много големите числа (цитатите са по обзора на Томилин[(1)]). Така например, коментирайки отношението между електричната и гравитационната сила, с която си взаимодействат две частици, Херман Вайл пише[(2)]: „То (въпросното отношение – б.м.) ... е даже по-загадъчно от самата константа на фината структура α. Наистина, обикновена математична теория може да доведе до числа от типа на 1/2 или 8π, но е трудно да си представим как може да се получи безразмерно число от екстравагантния порядък 10^{41}."

броя на звездите в Галактиката, който е „само" 10^{11}. Според него в случая по-скоро трябва да се използва терминът *икономически числа* (или нещо подобно), защото само бюджетният дефицит на САЩ надхвърля 10^{12} долара. (В случая обаче не става дума за безразмерно число – ако изразим дефицита в центове, ще получим още по-голямо число.)

[2] По време на плаване между Европа и Америка известният със своите чудатости Едингтън, вярвайки твърдо, че броят на протоните е цяло число, използва престоя си на кораба, за да пресметне на ръка, че **точният** (!?) им брой е 747 724 136 275 002 577 605 653961 181 555 468 044 717 914 527 116 709 366 231 425 076 185 631 031 296 (вж. [(6)], с. 85).

[3] Класическият радиус на електрона се получава (с точност до множител 3/5) чрез приравняване на израза за електричната енергия на кълбо с радиус r_0, имащо хомогенно разпределен заряд e, и енергията mc^2 на частица с маса m – вж. напр. [(7)], с. 181. За дефиницията на планковата дължина вж. напр.[(8)].

По същия повод пише и Файнман[(3)]: „ Гравитационното привличане се отнася към електричното отблъскване така, както единица към число с 42 нули[4]. Това предизвиква най-дълбоко недоумение. Откъде може да се вземе толкова огромно число? Ако някога се появи обща теория за тези две явления, как би могла тя да даде подобна диспропорция за два електрона? ... Какво би трябвало да бъде общото уравнение, така че решавайки го за двата вида сили ... да стигнем да такова фантастично отношение?"

Накрая ще цитираме и Пол Дейвис, който значително по-късно (1982 г.) пише[(4)]: „Във физичните теории числа от типа на 4π или 3 се срещат често и това не учудва никого. Обаче число като 10^{40}, съставено при това от фундаментални природни константи, което поради тази причина вероятно има и фундаментален смисъл, е неимоверно голямо в сравнение с кое да е от тези по-обикновени стойности."

Хипотезата на Дирак

Приведените цитати разкриват същността на проблема с много големите числа. За да преминем към хипотезата на Дирак обаче, трябва да обърнем внимание на още едно число – на възрастта *T* на Вселената. Според съвременните оценки Големият взрив е станал преди 13,7 млрд години, което, изразено в секунди, представлява $T \approx 4{,}3.10^{17}$ s. В природата не съществува естествена единица за време (каквато съществува например за скорост – скоростта на светлината във вакуум), с чиято помощ да обезразмерим *T*. За такава единица обикновено се приема т.нар. *атомно време* – времето t_0, за което светлината изминава разстояние, равно на радиуса на някоя елементарна частица – например електрона. Тъй като класическият радиус на електрона е $r_0 \approx 10^{-15}$ m, времето, за което светлината изминава разстояние r_0 е:

(2) $$t_0 = \frac{r_0}{c} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^3} \approx 10^{-23}\ \text{s}.$$

По такъв начин, ако като единица за време се използва не секундата, а атомното време, за възрастта на Вселената се получава безразмерното число:

(3) $$\frac{T}{t_0} = \frac{10^{17}\ s}{10^{-23}\ s} = \ 10^{40}\ .$$

Тази величина допуска и друго тълкуване: ако умножим числителя и знаменателя в лявата страна на (3) с *c*, получаваме, че размерът на наблюдаемата част от Вселената (*Tc*), изразен в атомни единици ($r_0 = ct_0$), се изразява със същото много голямо число 10^{40}.

---

[4] Файнман обсъжда електричната сила на отблъскване между два електрона, а не привличането между електрон и протон, поради което пише за число с 42 нули, а не за число с 40 нули.

Във всичко изложено по-горе правят впечатление два факта. Първо, в посочените примери по някакъв почти мистериозен начин се появяват[5] различни степени на числото (10^{40}):

(4) $$\frac{F_e}{F_g} \approx (10^{40})^1, \qquad \frac{M}{m_p} \approx 10^{80} = (10^{40})^2,$$

$$\frac{M_*}{m_p} \approx 10^{60} = (10^{40})^{3/2}, \qquad \frac{r_0}{l_P} \approx 10^{20} = (10^{40})^{1/2}.$$

Второ, измежду обсъжданите дотук пет много големи числа, четири (тези от (4)) *изглеждат* постоянни и само петото – възрастта на Вселената T/t_0 (3), расте по естествен начин – времето **тече**. Подобни съображения през 30-те години на миналия век дават основание на Дирак да изкаже **хипотезата, че много големите числа всъщност не са константи, а са свързани с възрастта на Вселената**. И тъй като много големите числа представляват различни комбинации от физични константи, от тази хипотеза следва, че в названията на поне някои от константите думата *константа* следва да се поставя в кавички...

Генезисът на тази хипотеза е изложен подробно във вече споменатия обзор на Томилин. Всъщност не Дирак е първият, който говори за зависимост на фундаменталните константи от времето. Още през 1933 г. английският астрофизик Е. Милн от съображения, нямащи нищо общо с много големите числа, изказва хипотезата, че гравитационната константа би трябвало да расте пропорционално с нарастване на времето. Точно това предположение на Милн навежда Дирак на мисълта за връзка между големите числа и възрастта на Вселената, която той изразява през 1937 г. в кратка бележка в списание *Nature*[(5)]:

„... големите числа ... от порядъка на 10^{39} и ... 10^{78} – са толкова огромни, че принуждават да се замислим над необходимостта за намиране на някакъв съвсем друг начин за обяснение. Според съвременните космологични теории Вселената е възникнала преди около 2.10^9 години. ... Ако изразим този времеви интервал в единици, определяни от атомните константи, например в единица e^2/mc^3, ще получим число, близко до 10^{39}. Това може да означава, че посочените големи числа следва да се разглеждат не като константи, а като прости функции от времето на нашата епоха, изразено в атомни единици. Като общ принцип може да се приеме, че всички големи числа от типа на 10^{39}, 10^{78} и т.н., които се срещат в общата физична теория, с точност до прости числени множители са равни на t, t^2 и т.н., където t е времето в съвременната епоха, изразено в атомни единици. Споменатите прости числени множители трябва да се определят теоретично, когато бъде създадена пълна теория на космологията и атомизма. При това отпада необходимостта от теория, която да дава числа от порядъка на 10^{39}."

[5] Внимателният читател не може да не забележи, че в различни случаи, когато за дадена величина липсва естествена единица, един път използваме характеристика на електрона (r_0), друг път – на протона (m_p) и т.н. Разбира се, всичко това се прави с прозрачната цел в оценките си да бъдем възможно най-близо до числото 10^{40}.

И така, хипотезата на Дирак снема проблема с големите числа – остава „само” да се създаде физичната теория, която да обясни степенните показатели в (4) и от която да могат да се пресметнат числените множители пред t, t^2, $\sqrt{t}$ и т.н. А надеждите за изграждане на теория, която води до числа, като 1, 2, 1/2 и 3/2 и др., вече не изглеждат толкова екзотично.

В хипотезата на Дирак се открояват два изключително важни от методологична гледна точка момента:

– Според нея на появата на различни степени на 10^{40} в най-различни области не трябва да се гледа като на проста случайност или съвпадение – следва да се търси причината, общата теория, която да обясни тези съвпадения.

– С изказване на хипотезата Дирак се отказва от понятието *фундаментална константа* – константите могат да зависят от времето. Кои от тях зависят – може да покаже само експериментът.

Комбинацията между (1) и (3) води до съотношението:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 G m_p m_e} \approx 10^{40} \approx \frac{T}{t_0}, \tag{5}$$

в което дясната страна расте с времето. За да разберем избора на Дирак относно това, коя от величините в лявата страна на (5) може да зависи от времето, трябва да отчетем, че там фигурират три характеристики на частици (e, m_e и m_p) и една характеристика на взаимодействие – гравитационната константа G. Той приема, че частиците са си частици и не се променят с времето, като по този начин „жертва” гравитационната константа[6]: за да е изпълнено (5), **с течение на времето гравитационната константа *G* трябва да намалява**.

Експерименталната проверка на хипотезата на Дирак се затруднява от факта, че тя визира извънредно бавни във времето промени на фундаменталните константи. Така например относителната скорост на промяна на гравитационната константа би трябвало да бъде от порядъка на 10^{-11}, докато е известно, че точността, с която днес е известна самата константа, е само 10^{-6}. (Измежду всички фундаментални физични константи гравитационната е определена с най-малка точност, т.е. – с най-голяма грешка.)

Проверявани са най-различни следствия от хипотезата на Дирак. За сега няма опитни или наблюдателни данни в нейна подкрепа. Нещо повече – съществуват съображения, които показват, че тя не е вярна. Така например през 1948 г. „бащата” на американската водородна бомба, Едвард Телер показва, че ако гравитационната константа наистина намалява с темпото, което следва от хипотезата, океанът преди 200 – 300 млн години би трябвало да ври и кипи, и в него не би била възможна нито една от

[6] Фактът, че бележката за *Nature* Дирак пише по време на медения си месец, дава повод на друг известен физик-шегаджия – Джордж Гамов, да вметне в разговор с Нилс Бор: „Виж какво става с хората, когато се оженят!” (Вж. [(6)], с. 99.)

познатите ни форми на живот, докато доказателствата на геолози и археолози свидетелстват за обратното (вж. [6], с. 102).

Въпреки всичко, свързаните с проверка на следствията от хипотезата изследвания на космолози, астрономи и други специалисти, не престават. Подробно изложение на състояние на проблема до преди десетина години може да се намери в (за съжаление у нас трудно достъпната) книга на Джон Бъроу[6].

За какво и как – в училище

За нас като физици основен проблем представлява слабият интерес към учебния предмет физика. В същото време обаче учениците проявяват значително по-голям интерес към астрономията. Една от възможните причини, обясняващи този факт, е способността на астрономията да **поразява въображението**. Тя постига това както с фундаменталността на разглежданите проблеми (произход, развитие, бъдеще на Вселената и др.), така и (не на последно място) с мащабите – пространствени, времеви и пр. – на обектите и явленията, които изучава.

Подобно на астрономията, със своите мащаби разглеждането на проблема с много големите числа и хипотезата на Дирак притежава потенциалната възможност за въздействие върху въображението на учениците. Разбира се, не става дума за *всички* ученици. Във всеки клас обаче има деца със специални наклонности към точните науки – бъдещите инженери, учени и т.н. Има, колкото и малко да са засега, ученици, които изучават физика и в 11. – 12. клас. Една постижима цел е, като запознаваме такива ученици с проблема на големите числа и с хипотезата на Дирак, да стимулираме и поддържаме техните интереси. Успехът в тази посока би бил още по-сигурен, ако излезем извън рамките на пасивното запознаване и поставим ученика в ситуация, в която той да бъде активната страна. По този начин може да се постигне както значително задълбочаване, така и по-дълготрайното осмисляне на физичните знания.

За да посочим конкретен път за постигане на тази цел, ще разгледаме следния пример, който, при желание, учителят би могъл да формулира и като количествена задача.

Поставете на ученик, когото **вече** сте запознали с проблема на големите числа и с хипотезата, че гравитационната константа може да зависи от времето, следния проблем. Да си представим, че днес учените установят, че гравитационната константа наистина намалява. Според хипотезата ($G \propto 1/t$), гравитацията би трябвало да изчезне след безкрайно дълго време. За да опростим пресмятанията, нека приемем, че G намалява по-бързо – така, че гравитацията да изчезне напълно след изтичане T = 13,7 млрд години ≈ $4{,}3.10^{17}$ s (колкото е настоящата възраст на Вселената). За да задържат Земята върху орбитата ѝ, т.е. – в зоната, в която е възможно съществуването на познатите ни форми живот, физиците предлагат да компенсират намаляващата гравитация с помощта на електрична сила. За целта те разработва технология, която осигурява подходящ по големина постоянен поток от електрони от Земята към Слънцето. Така Земята постепенно придобива положителен електричен заряд, Слънцето – равен по големина, но отрицателен заряд, и електростатичното привличане между тези заряди компенсира намаляващата гравитация.

Нека за оценка на реалността на подобен метод за „спасение" на човечеството ученикът потърси отговор на следните въпроси:

1) Колко голям ток би могъл да осигури необходимото нарастване на зарядите на Земята и на Слънцето?

2) Разполага ли Земята с необходимите материални ресурси за целта – например, ако си представим, че от една водна молекула отнемаме и изпращаме към Слънцето по един електрон, какво количество вода ще се окаже йонизирано в края на този процес: колкото водата в Черно море, колкото в леда на Антарктида или цялата налична вода на Земята?

3) Разполага ли човечеството с необходимите енергийни ресурси, за да осигури спасението си по описания начин?

4) Изобщо възможен ли е теоретично подобен начин за задържане на Земята върху орбитата ѝ – няма ли да се окаже, че електричното поле върху земната повърхност ще стане толкова силно, че не отдалечаването на Земята от Слънцето, а това поле ще направи живота върху нея невъзможен?

При обсъждане на проблема може да възникнат още редица подобни въпроси, чието обсъждане спомага за създаване на по-реална представа за съотношението между двете сили – електричната и гравитационната. Намирането на отговорите не изисква сложни математически средства и за намирането им са достатъчни сведенията и числените данни, съдържащи се в учебниците по физика и астрономия за 11. и 12. клас, както и определен опит в търсене на подходяща информация в интернет.

Само за ориентировка привеждаме отговорите на някои от поставените въпроси и пътя за получаването им.

Големината Q на зарядите, които ще получат Земята и Слънцето след време T, се получава чрез приравняване на изразите за електричната и гравитационната сила, действащи между двете тела: $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = G\frac{mM}{r^2}$, където m и M са масите съответно на Земята и Слънцето, а r – разстоянието между тях. От последното равенство следва:

(6) $$Q = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 GmM}.$$

След като заместим величините с техните стойности и пресмятнем получения израз, намираме, че за компенсиране на гравитационната сила между Земята и Слънцето трябва да предадем на двете тела противоположни по знак електрични заряди с големина $Q \approx 3.10^{17}$ C. Много ли е това или малко? За да намерим основа за сравнение, ще пресметнем от какво количество вода трябва да отнемем по един електрон от всяка молекула, за да го изпратим на Слънцето. Тъй като зарядът на електрона е e = 1,6.10^{-19} C, общо към Слънцето трябва да прехвърлим по електрон от $\frac{Q}{e} = \frac{3.10^{17}}{1{,}6.10^{-19}} \approx 2.10^{36}$ молекули. Понеже масата на една водна молекула е приблизително 3.10^{-26} kg, оттук следва, че трябва да йонизираме еднократно водните молекули на $(2.10^{36}).(3.10^{-26}) = 6.10^{10}$ kg вода. При плътност на водата 1000 kg/m^3 това прави 60 млн кубически метра вода, което е например 10 пъти по-малко от водата в язовир Искър!

Заряд $Q \approx 3.10^{17}$ C може и да изглежда впечатляващо голям, но ние бихме могли да го оценим и от друга гледна точка, като отчетем, че той трябва да се натрупа за време $T \approx 4{,}3.10^{17}$ s. А това означава, че за да компенсира намаляващата гравитация, човечеството следва да осигури през цялото това време ток от Земята към Слънцето с големина $\frac{Q}{T} = \frac{3.10^{17}}{4{,}3.10^{17}} < 1$ A, което е от порядъка на тока, необходим за захранване на две 100-ватови крушки!

Тези оценки показват, че проблемът за „спасяване на човечеството" като че ли не е безнадежден – поне от гледната точка, от която го разглеждахме дотук. Да го разгледаме обаче и от енергетична гледна точка. Тъй като размерите на Земята и на Слънцето с точност, по-добра от 1%, са пренебрежимо малки спрямо разстоянието между тях, можем да приемем, че те взаимодействат като точкови заряди. От известните формули за потенциал на полето на точков заряд $\left(\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)$ и за енергията W на точков заряд в поле с потенциал φ ($W = Q\varphi$) следва, че големината на електростатичната енергия на взаимодействие между вече заредените Земя и Слънце е:

$$W = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}, \tag{7}$$

където $r = 1{,}5.10^{11}$ m е разстоянието между двете небесни тела. Като заместим в (7) числените стойности на величините, за енергията на електричното взаимодействие получаваме впечатляващата стойност от $W \approx 5{,}4.10^{33}$ J = $5{,}4.10^{27}$ MJ! За нас по-привична единица за енергия обаче е киловатчасът, така че като отчетем връзката 1 kWh = 3,6 MJ, получаваме, че за да компенсира намаляващата гравитация, човечеството ще трябва да изразходва общо $\frac{5{,}4.10^{27}}{3{,}6} = 1{,}5.10^{27}$ kWh енергия.

Отново, за да преценим много ли е това или малко, трябва да сравним намереното количество с нещо познато, например с общата енергия, използвана за година от човечеството. Според данните в руската *Википедия*, в началото на нашия век това количество възлиза на около $1{,}5.10^{14}$ kWh. С други думи, за да се спаси, човечеството трябва да изразходва енергия, превъзхождаща 10^{13} пъти сегашната годишна консумация на енергия. Вярно е, че то, човечеството, ще разполага за целта с повече от 10^{10} години, но все пак остава един множител от 1000, който показва, че като че ли от енергетична гледна точка този път на спасение е неизгоден и вероятно ще трябва да се търси друг. Може би ситуацията няма да изглежда толкова мрачна, ако като ресурс се използва енергията, която Земята получава от лъчението на Слънцето – просто трябва да се потърсят и използват подходящи данни...

Спасението обаче става съвсем проблематично, ако оценим проблема и от друга страна. За да разберем същността ѝ, нека пресметнем какъв би бил интензитетът на електричното поле до повърхността на Земята, при предположение че зарядът Q се разпредели равномерно по нея, т.е. вече не може да го разглеждаме като точков заряд. (Тъй като Земята е проводник, а Слънцето е твърде далече в сравнение с радиуса ѝ, спокойно можем да пренебрегнем влиянието на неговия заряд върху разпределението на земния заряд!). Известно е[(9)], че големината на интензитета на полето извън хомогенно заредена проводяща сфера с радиус R се описва със същата формула, която описва и интензитетът на точков заряд. Тъй като радиусът на Земята е $R \approx 6{,}4.10^6$ m, по тази формула получаваме:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = 9.10^9 \frac{3.10^{17}}{(6{,}4.10^6)^2} \approx 6{,}6.10^{13}\text{V/m}. \tag{8}$$

Този резултат вече е съвсем обезсърчаващ – полученият интензитет на два порядъка, т.е. сто пъти превишава интензитета на полето на протона във водородния атом на разстояние, равно на радиуса на атома. На практика това означава, че ако се опитаме да зареждаме Земята, далече преди да ѝ придадем заряд от 10^{17} C, ще започнат да се рушат химичните връзки в молекулите и дори – самите атоми.

Общото заключение от тези разглеждания следва да бъде едно: ако гравитацията започне да намалява и в резултат Земята да се отдалечава от Слънцето, спасителният за човечеството изход е не в електричната сила – ще трябва евентуално да се търси друга планета, на която условията за живот са по-подходящи.

В заключение (но не накрая по важност!) не бива да отминем още една полза, която може да се извлече от разглеждането на хипотезата на Дирак: **то, разглеждането, учи на критичност**. Стилът на изложение на нашата наука в училище е такъв, че учениците обикновено я възприемат като нещо застинало и абсолютно. Запознаването с тази хипотеза показва, че дори такива величини, които наричаме константи, е възможно да се окажат зависещи от времето. Без значение е фактът, че за сега хипотезата не се потвърждава! – важното е да се осъзнае, че в науката няма принцип, който забранява подобна зависимост. И това вероятно е основната поука, която може да се извлече от всичко дотук.

Източници:

1. **Томилин К. А.** Большие числа и гипотеза о зависимости от времени мировых констант, *Исследования по истории физики и механики*, 1995 – 1997, М., Наука, 1999, с. 141 – 159. (Може да се изтегли от адрес http://www.ihst.ru/personal/tomilin/papers/tom99ihpm.pdf .)
2. **Вейль Г.** *Основные черты физического мира*, Избр. труды, М., Наука, 1984, с. 349.
3. **Фейнман Р.** *Характер физических законов*, М., Наука, 1987, с. 28.
4. **Девис П.** *Случайная Вселенная*, М., Мир, 1985, с. 7.
5. **Dirac P.A.M.** *The cosmological constants*, Nature **139**, № 3612, 1937, p. 323.
6. **Barrow J.** *The Constants of Nature*, Vintage, London, 2003.

7. **Попов Хр.** *Електродинамика*, Университетско издателство „Св. Климент Охридски”, София, 1995, с. 181. Учебникът се намира и на адрес http://elearing.phys.uni-sofia.bg/~cpopov.
8. **Попов Хр. и др.** *Физика и астрономия за 12. клас, профилирана подготовка*, Просвета, София, 2002, с. 168.
9. **Попов Хр.** и др. *Физика и астрономия за 11. клас, профилирана подготовка*, Просвета, София, 2002, с. 228.

The very large numbers' problem and Dirac's hypothesis –

Whereto and how to use them in the school

C. Popov

Abstract: The essence of the very large number's problem and related Dirac's hypothesis are recalled. A possibility to use them in school is revealed.