

### Електричният ток създава магнитно поле...

Това е една от мантрите, които трябва да запомни ученикът от часовете по физика в училище. Твърдението е вярно, но ако се ограничим само с него, някои случаи ще останат необясними. Че има и още нещо ни убеждава следната задача<sup>1</sup>.

**Задача.** В резултат на известна проводимост на диелектрика, запълващ пространството между електродите, един зареден сферичен кондензатор бавно се разрежда. Какви са големината и посоката на магнитното поле, създадено от резултатния електричен ток.

А ето и решението на авторите.

**Решение.** *Описаната в условието система притежава сферична симетрия. Следователно и създаденото магнитно поле трябва да притежава сферична симетрия. Векторно поле, което има сферична симетрия, трябва да бъде радиално, а големината му може да зависи само от разстоянието  $r$  до началото:  $\vec{B}(\vec{r}) = B(r)\frac{\vec{r}}{r}$ .*

*От друга страна магнитното поле няма източници (магнитни монополи) и магнитният поток, пробождащ всяка затворена повърхност, трябва да бъде нула във всеки момент. Да разгледаме по-специално сферична повърхност с радиус  $r$ , заграждаща кондензатора. Изискването за липса на източници може да бъде удовлетворено само, ако  $B(r) = 0$  за всяко  $r$ . Това означава, че описаният ток не създава магнитно поле, нито вътре, нито вън от сферичния кондензатор.*

**Бележка.** *Струва си да се изследва как се изпълняват основните закони на електродинамиката между електродите на кондензатора. Вярно ли е, че около ток, течащ по проводник, се създава магнитно поле и, че ротацията на това поле е пропорционална на тока?*

**Коментар.** На качествено равнище предложеното решение е коректно. И все пак... И все пак у човек то оставя някаква неудовлетвореност, защото нали **всеки ток създава магнитно поле** – защо пък този ток не създава? Тази неудовлетвореност прозира и от цитираната бележка, която авторите са поместили в края на решението – изпълнени ли са в случая основните закони на електродинамиката?

Последният въпрос е чисто реторичен – основните закони не може да не са изпълнени, целият въпрос е в това – как? Възможностите са две. Преди всичко, би могло да се случи следното. Общият ток в сферичния кондензатор се състои от огромен брой радиални токови нишки. Може да се допусне, че индукциите на магнитните полета, създадени от отделните нишки при векторното им сумиране във всяка точка се компенсират и затова резултатното поле е нула.

Втората възможност е в разсъжденията дотук да не сме отчели всичко. Тя е сложна и наистина е свързана с основните закони на електромагнитното поле.

**Ток на отместване и обобщен закон на Био – Савар.** Един от основните закони на електродинамиката е *законът на Максвел* за ток на отместване. Според него променливото електрично поле създава магнитно поле, което е такова, че ако  $S$  е произволно повърхност с директно ориентиран контур  $L$ , то:

$$(1) \quad \Gamma_B = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t},$$

където  $\Gamma_B$  е циркулацията на създаденото магнитно поле по  $L$ ,  $\Phi_E$  – потокът на електричното поле през  $S$ , а  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – съответно електричната и магнитната константа<sup>2</sup>. Спо-

<sup>1</sup> И задачата, и представеното в курсив решение са на авторите на книгата на П. Гнедиг и съавторите му *200 Puzzling Physics Problems*, Cambridge University Press, 2001.

<sup>2</sup> Вж. **Попов Хр., Т. Сугарев, Др. Иванов** *Физика за 11. клас на СОУ*, С., Просвета, 1992.

ред този закон токовете, резултат от движение на заряди, не са единствени източници на магнитно поле и затова обобщеният закон на Био–Савар има вид:

$$(2) \quad \Gamma_B = \mu_0 I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t},$$

където освен пояснените по-горе величини участва и общият ток  $I$ , който пробощда повърхността  $S^3$ .

**Защо утечките в сферичен кондензатор не създават магнитно поле.** Нека се върнем на проблема със сферичния кондензатор, който губи постепенно заряда си. Отсъствието на магнитно поле извън кондензатора (т.е. извън външния електрод и вътре в пространството, заградено от вътрешния електрод) не е изненадващо – там няма нито токове, нито електрично поле, така че дясната страна на (2) наистина е нула. Затова е интересно да разгледаме само ситуацията вътре в кондензатора, в пространството между електродите (фиг. 1). (За да не усложняваме писането, вместо диелектрик смятаме, че и там е вакуум. Как в този случай става утечката не е интересно – вместо за зареден кондензатор може да разглеждаме случая, когато вътрешната сфера е  $\alpha$ - или  $\beta$ -радиоактивна. Тогава кондензаторът всъщност ще се зарежда.)



Фиг. 1.

На фиг.1 във вътрешността на кондензатора е показана произволна повърхност  $S$  с контур  $L$ , за която ще приложим обобщения закон на Био – Савар. Ако съединим всички точки от  $L$  с центъра т.  $O$  на кондензатора, получаваме конус, който отсича от вътрешния електрод повърхност  $S_0$ . Тъй като заради сферичната симетрия токовете нишки са радиални, токът през  $S_0$  и през  $S$  е един и същ. Ако общият ток през повърхността на вътрешния електрод е  $J$ , то токът през  $S_0$  и съответно през  $S$  ще бъде:

$$(3) \quad I = \frac{S_0}{4\pi R_1^2} J,$$

където  $R_1$  е радиусът на вътрешния електрод на кондензатора.

Заради сферичната симетрия и електричното поле в кондензатора е радиално, като големината на интензитета му се описва със закона на Кулон:

$$(4) \quad E(t) = \frac{Q(t)}{4\pi \varepsilon_0 r^2}.$$

Тук  $Q(t)$  е зарядът на вътрешната сфера в момент  $t$ , а  $r$  – разстоянието до центъра на кондензатора. Заради радиалната посока на интензитета е ясно, че потокът на електричното поле, т.е. броят на силовите линии, които пробощдат  $S_0$  и  $S$  е един и същ. За заместване във формула (2) ни е необходим потокът през  $S$ , който в случая е равен на:

<sup>3</sup> Локалната форма на закона е  $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ . Виждаме, че последното изречение в бележката

на авторите следва да се допълни: ротацията на магнитното поле е пропорционална не само на тока, но и на промяната на електричното поле с времето (т.е. – на тока на отместване). Често сумата от тока, породен от движение на заряди, и тока на отместване се нарича **пълнен ток**.

$$(5) \quad \Phi_E = ES_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} S_0.$$

Тъй като в обобщения закон на Био – Савар фигурира промяната на  $\Phi_E$  за единица време, нея намираме от (5), като имаме предвид, че:

$$(6) \quad J = -\frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Тук знакът минус отчита, че когато токът  $J$  е положителен, зарядът на кондензатора намалява. Така от (5) и (6) получаваме:

$$(7) \quad \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t} = -\frac{S_0}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} J.$$

Накрая, като заместим резултатите от (3) и (7) в обобщения закон на Био – Савар (2), получаваме:

$$(8) \quad \Gamma_B = 0,$$

т.е. циркулацията на магнитното поле по всяка затворена крива е нула. И тъй като и потокът на магнитното поле през всяка затворена повърхност е нула (четвъртото от уравненията на Максвел), то наистина се оказва, че в случая, въпреки че текат токове, магнитно поле няма.

Така въпросът защо в кондензатора не се създава магнитно поле (дали поради взаимна компенсация на полетата на отделните токови нишки, или поради друга причина) получи своя отговор: компенсират се взаимно не полетата на различните токови нишки, а **полето, създадено от токовете нишки, с полето, създадено от тока на отместване.**