За енергията на деформирана пружина

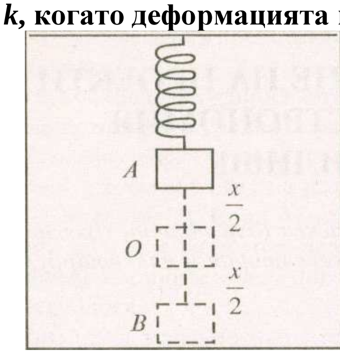
Според Програмата по физика и астрономия за 9. клас, второ равнище [1], един от очакваните резултати е ученикът да може да “Проследява и описва *количествено* преобразуването и запазването на енергията на незатихващите трептения.” (к.м.), а като основно ново понятие е посочено *енергия на деформирана пружина.*

Как стои въпросът с формулата $E_п = \frac{k}{2}x^2$ за потенциалната енергия, натрупана в деформирана пружина в нашата учебна литература? Ако не се връщаме по-назад от 70-те години на 20. век, в станалите вече класически за нас учебници на проф. Милко Борисов ще установим, че тази формула се получава с помощта на графичния метод [2]: начертава се графиката на силата $F = kx$ и се използва изученият по-рано факт, че работата на една сила е равна на площта на фигурата, заградена от графиката ѝ и абсцисната ос. Графичният метод има, разбира се, своите положителни страни, но обосновката му в явен или в скрит вид включва граничен преход, строгият смисъл на който не може да бъде осъзнат преди учениците да се запознаят с въпросите за граници. Освен това въпросът за работа на произволна по посока и големина сила в новите програми по физика и астрономия у нас на второ равнище се разглежда в 10. клас, докато енергия на деформирана пружина, както бе отбелязано, се изучава в 9. клас. Така че дори да се разгледа графичният метод, това не е решение на интересуващия ни проблем.

По-късно, през 80-те и 90-те години, авторите на учебници или дават формулата наготово [3], или при пресмятане на работата на силата на еластичност използват средноаритметичната ѝ стойност [4,5]. Последният подход би бил напълно коректен, ако някъде преди това се обосновава как линейната зависимост на силата от деформацията води до необходимостта да използваме именно средноаритметичната (а не примерно средноквадратичната, средногеометричната и т.н.) стойност. Разбира се, този проблем не стои пред тези, които наричаме “обикновени” ученици, но да не забравяме, че има и други, които мислят по-критично и не са склонни да се примиряват с формули, които им се поднасят с единствения аргумент “доказва се, че...”.

Същите подходи към проблема за енергия на деформирана пружина се запазват и в най-новите учебници по физика и астрономия (вж. напр. [6,7]). За тези, които биха се съгласили с изложените дотук забележки, предлагаме един друг извод на въпросната формула.

И така, задачата е **да намерим потенциалната енергия $E_п$ на пружина с коефициент на еластичност k, когато деформацията на пружината е x.**



Фиг. 1.

За да я решим, ще окачим на пружината теглилка, чиято маса е подбрана така, че в равновесното положение на полученото пружинно махало разтягането на пружината да бъде точно $x/2$ (т. O на фиг. 1). Разглеждаме затворената система от три тела – Земята, теглилката и пружината. Вътрешните сили в тази система – тежестта $\vec{G}$ на теглилката и силата на еластичност $\vec{F}$ са консервативни, така че за нея е приложим законът за запазване на механичната енергия.

На фиг. 1 с т. *A* е отбелязано положението на долния край на не разтегнатата пружина, т.е. $|AO| = x/2$. Да си представим сега, че повдигнем теглилката от т. *O* до т. *A* и я освободим – махалото започва хармонично трептение: преминава през т. *O*, достига т. *B*, където скоростта му отново е нула и започва движение нагоре. Тъй като при хармоничното трептене максималните отклонения на махалото в двете посоки са равни, то $|BO| = x/2$ и следователно $|AB| = x$.

Да разгледаме състоянията на системата в т. *A* и в т. *B*, в които теглилката е неподвижна. Тъй като в т. *A* пружината е не разтегната, механичната енергия на системата е равна на гравитационната потенциална енергия на теглилката. Ако приемем, че тази енергия отчитаме от равнището на т. *B*, то $E_{\text{гр}} = Gx$. В т. *B* механичната енергия на системата е равна само на търсената енергия $E_{\text{п}}$ на разтегнатата пружина.

Законът за запазване на механичната енергия гарантира, че

(1) $$E_{\text{п}} = Gx.$$

Тъй като според закона на Хук в равновесното положение е изпълнено равенството $G = \frac{k}{2}x$, като заместим *G* в (1), получаваме търсената връзка:

(2) $$E_{\text{п}} = \frac{k}{2}x^2 .$$

Фактът, че изразът за $E_{\text{п}}$ не зависи от знака на *x* свидетелства, че формула (2) описва и енергията на свита пружина.

Като положителни страни на предложения извод може да се посочат:

– впечатляващата демонстрация на продуктивността на енергетичния подход при решаване на физични проблеми;

– отсъствието на проблеми от математическо естество;

– тясната връзка с изучавания материал (равенство между максималните отклонения на махалото в двете посоки се изучава още при запознаване с хармоничните трептения).

И все пак не може да се избегне един въпрос: обикновеният извод на търсената формула по същество изисква *интегриране*, което при графичния метод се скрива зад недоказаното твърдение, че работата на променлива сила е равна на площта на някаква фигура. Като имаме предвид, че не само във физиката, но и в обучението по физика проблемите не се решават, а се преобразуват, въпросът е: къде се скри трудността при използвания подход? Отговорът е: в *недоказаното* твърдение, че трептенето на пружинното махало е **хармонично**. Именно то се взема наготово, а от него следва и ключовото за доказателството равенство $|AO| = |OB|$.

Литература:

1. Учебни програми II част за задължителна и профилирана подготовка по Културнообразователна област Математика, информатика и информационни технологии за 9. и 10. клас; Културнообразователна област: Природни науки и екология за 9. и 10. клас, С., ГРПИ към МОН, 2000.

2. **Борисов М.** и др. Физика за 11. клас, С., Народна просвета, 1974, с.17.

3. **Попов Хр.** и др. Физика за 9. клас на СОУ, С., Просвета, 1989, с. 164.

4. **Максимов М., Г. Христакудис** Физика за 9. клас на СОУ, С., Булвест 2000, 1997, с. 118.

5. **Градинарова М.** и др. Физика за 9. клас на СОУ, С., Анубис, 1997, с. 127.
6. **Максимов М, Г. Христакудис** Физика и астрономия за 9. клас, профилирана подготовка, С., Булвест 2000, 2001.
7. **Мърваков Д.** и др. Физика и астрономия за 9. клас, С., Труд&Прозорец& Просвета, 2001.