Ролята на нестандартните задачи за засилване мотивацията за изучаване на физика и за задълбочаване на знанията

Една от априорните задачи на обучението е да посочи всекиму онази област от живота, в която той най-ефикасно би реализирал природните си заложби. Пълен крах и за личността, и за обществото би било, ако онзи, чиито начин на мислене, комуникативни способности и прочее качества са най-подходящи за сферата на бизнеса, след училище се насочи към творческа научно-техническа дейност, ако роденият за наука търси изява в областта на изкуствата и т.н. как сред нашите ученици в средното училище да се открият тези, които си струва да бъдат насочени към дейности, свързани с развиването и приложенията на природните науки? Как зад естествената детска любознателност да се разпознае скритата у някои ученици искрица, която може да се разгори в пламък на любовта към точното знание? По тези въпроси са изписани томове. По-долу се обръща внимание на една немного отъпкана пътечка, ползването на която може да помогне за намиране на отговор на подобни въпроси. Става дума за възможностите, които дава решаването на т.нар. **нестандартни задачи**.

В методиката на обучението по физика има повече или по-малко развита система за класификация на учебните задачи по различни признаци. Термините “стандартна”, съответно “нестандартна” задача изглежда не са канонизирани. Тук не се дава определение и не се посочват критерии, по които точно да се отсъди дали една задача е стандартна или е нестандартна. Със сигурност може да се твърди например, че задачата “*Намерете съпротивлението на меден проводник с дължина* 2 m *и напречно сечение* 0,4 mm^2” е абсолютно стандартна и това твърдение сигурно не се нуждае от обосновка. В дидактиката обаче се допуска едно определение да се реализира и чрез изброяване – това може да се използва като първа стъпка към една истинска дефиниция. След анализа на примерите, които следват по-долу, вероятно ще успее сам да се ориентира достатъчно ясно в смисъла, който тук се влага в термина *нестандартна задача.*

Въпреки липсата на дефиниция, възможно е да се изброят някои типични за много от нестандартните задачи белези. Първият, макар и формален, външен белег, е,че **като правило тези задачи не фигурират в училищните сборници със задачи по физика**. Много често те не са и формулирани в явен вид. Тях учителят следва сам да открива във физичната литература, в списанията, в научно-популярните текстове и най-вече – в заобикалящото ни всекидневие. Той трябва да си изработи интуиция за откриването им, да следи новостите в науката и всяка срещната информация да преценява от следната гледна точка: “А не може ли оттук да се извлече една интересна задача?”. Това представлява широко и интригуващо поле за негова творческа изява. Формулирането на творческа задача е наистина творчески процес и, за да се разбере това, не е необходимо непременно да се напомня твърдението на Поанкаре, че една коректно формулирана задача е наполовина решена задача.

На второ място може да се отбележи, че **нестандартната задача винаги с нещо интригува, грабва вниманието, представлява своеобразно предизвикателство км интелекта на ученика**. След нейното решаване той знае нещо ново. С тези си качества тя импонира на учениците, спомага за събуждане и развиване на интереса към физиката, а успешното и решаване води до истинско чувство на удовлетворение, удовлетворението от преодоляната трудност. Очевидно подобни качества липсват на посочената по-горе задача за намиране съпротивлението на проводника. За ученика, който я решава, е абсолютно ясно, че от него се изисква да си припомни една формула, единиците за няколко величини, да надникне в таблицата със специфичните съпротивления, да замести стойностите във формулата и да извърши пресмятанията. А защо се търси съпротивлението, какво от това, че то се окаже 0,1 Ω, 5 Ω или 50 kΩ?

Самата задача не провокира поставянето на подобни въпроси. Какво удовлетворение може да изпита ученикът след решаването й?

Интригуващият момент в нестандартната задача може да бъде заложен още в условието й, може да се прояви в процеса на решаването, или да се съдържа в резултата, а може да се разкрие и едва при коментарите на резултата.

Много често нестандартната задача привлича вниманието на учениците със своята конкретност, импонира им с това, че свързва абстрактен учебен материал с неща, познати им от всекидневието, неща, за които те четат в пресата, виждат и чуват по радиото и телевизията, за които си говорят и които ги вълнуват. Така например с помощта на физиката се достига до количествени оценки в области като спорта, които са особено близки на младите хора. В условието на една нестандартна задача рядко се говори за "едно тяло", "един проводник", "материална точка" и др.п. Тя може да поставя привидно прост въпрос, чието решение се оказва неочаквано сложно, и обратно – да описва сложна ситуация с неочаквано просто решение. Във всички случаи обаче тя отговаря на съвременната тенденция: интересът към предмета да се развива на основата на връзката между съдържанието и заобикалящия ни живот.

Типична за нестандартните задачи черта е, че **решаването им не завършва с получаването на отговора** – обикновено самият отговор поражда размисли, **поражда нови въпроси**, разплитането на които задълбочава знанията по физика. Тези размисли и въпроси са свързани с отчитане на нови фактори, повече или по-малко съществени за разглежданото явление. По такъв начин нестандартната задача се превръща в многоетапна, в многопластова задача: първият етап включва нейното решение, вторият – неговият коментар, третият – отчитането на проявилите се при коментара нови фактори и т.н.

Интригуващият момент в нестандартната задача често се дължи на известен елемент на парадоксалност, който също може да се съдържа или в условието, или в резултата от нейното решаване. Именно разкриването на парадокса стимулира интереса и оставя трайна среда в съзнанието на ученика.

Накрая, една задача може да грабне вниманието, да събуди интерес и с **оригиналността, с елегантността на своето решение**, и това да я прави нестандартна. Нейното условие може да изглежда напълно стандартно, може дари тя да допуска и съвсем стандартно решение. Въпреки това, ако съществува и друг, елегантен начин за решаване, начин, който разкрива нови посоки за движение на мисълта, не бива да се пренебрегва възможността да бъде причислена в групата на нестандартните. Често елегантността на решението се дължи на използването на общи подходи, какъвто е например енергетичният подход.

Всички тези съображения относно характера и ролята на нестандартните задачи се илюстрират по-долу с няколко примера[1]. Решенията на онези от тях, които изискват повече място, са пропуснати, но по приложените справки интересуващите се могат да ги намерят в посочените броеве на сп. *Физика.*

Като илюстрация на горепосоченото най-напред се разглеждат няколко качествени задачи, които показват силата на общите подходи.

1. Снаряд е изстрелян вертикално нагоре. Кой интервал време е по-голям – през който снарядът се издига, или през който пада? Съпротивлението на въздуха НЕ се пренебрегва.

Ясно е, че ако започнем да търсим динамично решение на задачата (да запишем уравнението на движение на снаряда, да го решаваме, за да стигнем до закона за движението му и чрез него да търсим времената на издигане и падане), с това ще

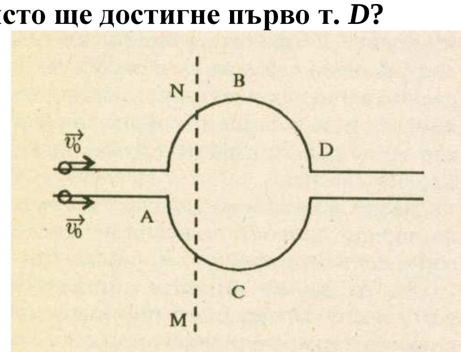
---

[1] Повечето от примерите могат да се срещнат в тази или в други директории като самостоятелни задачи. Тук са повторени, за да се запази целостта на публикацията, направена около 1995 г.

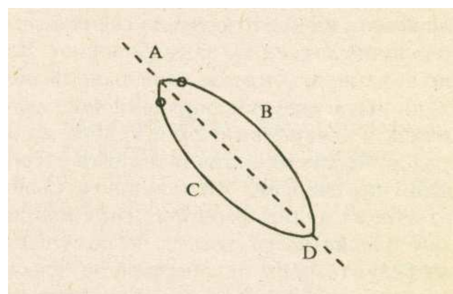
превърнем задачата в стандартна задача от механика на материална точка. А отгоре на всичко, заради сложната зависимост на съпротивлението на въздуха от скоростта на снаряда, подобно решение не е и по силите на учениците. В случая обаче това не е необходимо. Достатъчно е да се отчете, че през цялото време на движение – и нагоре, и надолу, силата на съпротивлението на въздуха е насочена противоположно на скоростта и затова във всеки момент тя извършва отрицателна работа. Съпротивлението на въздуха е **външна** сила за системата снаряд–Земя и, щом извършва отрицателна работа, пълната механична енергия на тази система с течение на времето ще намалява. Това означава, че минавайки през една точка от траекторията си при падането си, снарядът ще има по-малка кинетична енергия (и скорост!), отколкото е имал в тази точка при издигането си (защото гравитационната потенциална енергия в двата случая е една и съща). А тъй като това заключение е валидно за всяка точка от възходящия и от низходящия клон от траекторията, заради равенството на дължините на двата клона следва да заключим, че времето за падане на снаряда е по-дълго.

По подобен начин законът за запазване на пълната механична енергия позволява да се реши и следната задача.

2. Две еднакви маниста се движат едновременно с еднакви скорости и без триене по две разположени във вертикална равнина телени рамки, имащи показаната на фиг. 1 форма (*ABD* и *DCD* са полуокръжности с равни радиуси)**. Кое манисто ще достигне първо т. *D*?**



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Тук условието на задачата гарантира запазването на пълната механична енергия, която е еднаква за двете маниста. Ако *M* и *N* са две точки, които лежат на вертикална права, манистото в т. *M* има по-малка потенциална енергия, отколкото манистото в т. *N* и следователно – по-голяма кинетична енергия и по-голяма скорост. И тъй като двете дъги *ABD* и *DCD* имат еднаква дължина, следва, че топчето, движещо се по дъгата *DCD* ще измине пътя си по-бързо.

Вариант на задачата се получава, ако двете маниста се пуснат без начална скорост по две еднакви дъги, разположени във вертикална равнина, както на фиг. 2. Очевидно е, че и в този случай механичните енергии на двете маниста са равни (тръгват от една точка с една и съща начална скорост). За да бъдат валидни направените по-горе разсъждения, точките *M* и *N* трябва да се избират *не* върху вертикална права, а върху права, перпендикулярна на хордата на дъгите. (Защо?)

А ето и една задача, която по неочакван начин свързва закона за запазване на механичната енергия със спорта.

3. Каква височина може да преодолее на овчарски скок човек, който пробягва 100 m за 10 s?

Връзката между постиженията в двете спортни дисциплини може да се намери, като се анализира овчарският скок: атлетът се засилва, достига определена максимална скорост (по условие – v = 10 m/s) и след това с помощта на прът, преобразува кинетичната си енергия в потенциална (в идеалния случай, в най-високата точка от траекторията си, за миг атлетът е неподвижен и притежава само потенциална енергия). тогава, ако h е максималната височина, законът за запазване на енергията води до равенството:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad (1)$$

където $g \approx 10$ m/s^2 е ускорението на свободното падане. От (1) намираме $h = 5$ m, с което приключва първия етап от решението на задачата.

Първото, което следва да се отбележи като коментар е, че като порядък този резултат е добър. Но той дава възможност за задълбочаване в проблема. Пред всичко е ясно, че с дълъг около 4 m прът в ръцете си, човек не може да бяга със скоростта на най-бързите спринтьори. Изводът – ако всичко се свеждаше само до прилагане на равенство (1), височината на скока би трябвало да бъде доста по-малка от 5 m. От друга страна е известно, че световният рекорд на овчарски скок е доста над 6 m. Тук се очертава **парадоксална ситуация**, разрешаването на която може да се постигне с различна степен на задълбочаване. Ясно е, че не само законът за запазване на механичната енергия определя постиженията в овчарския скок и трябва да се разкрият както допълнителните източници на енергия, така и други съществени в случая фактори. Така например трябва да се отчете, че полученият резултат от 5 m се отнася за центъра на тежестта на системата човек–прът, а положението на този център е значително по-ниско от летвата в момента, когато самият човек е над нея. (Обърнете внимание и на факта, че при обикновен скок на височина тялото на спортиста има форма на дъга, изпъкнала нагоре, така че и в този случай центърът на тежестта на атлета остава винаги **под** летвата!)

Също така е ясно, че единствен източник на допълнителна енергия може да бъде само енергията, запасена в мускулите на атлета. Въпросът е в кои моменти и по какъв начин тя се преобразува в механична енергия. Първият такъв момент е, когато свободният край на пръта докосне и се запъне в земята, а под действие на силите, с които мускулите действат на пръта, последният се огъне. По такъв начин работата на мускулите преобразува част от мускулната енергия (както и част от кинетичната енергия) в потенциална енергия на огънатия **еластичен** прът. След това, тъй като в процеса на издигането огънатият прът се изправя, тази енергия на еластичната деформация се преобразува в гравитационна потенциална енергия. Втори подобен момент, когато мускулите извършват допълнителна механична работа е в края на възходящата част от траекторията, когато атлетът се оттласква от вече изправения прът, използвайки го като опора.

По повод на тази задача следва да се отбележи, че механичните аспекти на различните спортове са проучени задълбочено и в учебниците по лека атлетика например могат да се намерят множество интересни приложения на изучаваните по физика закономерности.

Друга качествена задача с елемент на парадоксалност, заложен не в отговора, а още в условието й, е следната.

4. За да се потопи под вода, една подводница увеличава масата си като запълва резервоарите си с вода. За да се спусне на земята, екипажът на един въздушен балон изпуска част от газа, затворен в обвивката. Защо един и същ резултат (спускане) се получава веднъж чрез увеличаване, а втори път – чрез намаляване на масата?

Парадоксалността на ситуацията се подсилва от факта, че и в двата случая височината (или дълбочината) се контролира от един и същ природен закон – закона на Архимед. Ясно е, че и в двата случая балансът между силата на тежестта и Архимедовата сила се нарушава в полза на тежестта и затова започва движение надолу.

В първия случай обемът на тялото (подводницата) не се променя, следователно не се променя и Архимедовата сила. Нарастването на масата обаче увеличава силата на тежестта и подводницата започва да потъва. Във втория случай ситуацията е малко по.-сложна. Изпускането на газ води до намаляване на масата на балона, но едновременно с това намалява и обемът му, а следователно – и Архимедовата сила. Целият въпрос се свежда до това, кое намалява повече – силата на тежестта или Архимедовата сила. Тъй като намалението на обема на балона е равно на обема на изпуснатия газ, а плътността на газа е по-малка от плътността на околния въздух, намаляването на Архимедовата сила е по-голямо от намаляването на силата на тежестта. В резултат – балонът започва да се спуска.

И така, **съществената разлика между двата случая е, че в единиа от тях обемът е постоянен, а в другия – не е**.

По-нататък ще бъде разгледана група задачи, които интригуват чрез връзката си със спорта. Напоследък, например сред търсачите на силни усещания, се шири увлечението по т.нар. бънджи-скокове: скачачът се привързва към единия край на еластично въже, другият край на което е прикрепен най-често към перилата на мост или друго високо съоръжение, и скача. По този повод може да се разгледа следната задача.

5. Кои фактори определят опасността при скок на човек, привързан с еластично въже?

В такава формулировка задачата звучи неопределено – трябва да се съобрази какво се търси. Във всеки случай височината на моста е първият фактор, за който се сеща неизкушеният във физиката човек. Решението на задачата показва обаче, че тъкмо височината е без значение. На пръв поглед изглежда още, че за по-тежък човек опасността е по-голяма, което също се оказва невярно.

Наистина, опасността от увреждане на човешкото тяло като цяло, или на някой негов орган, зависи от действащата сила. Съгласно с втория принцип на динамиката това означава, че при фиксирана маса на тялото (органа), опасността зависи от ускорението, което изпитва при движението си човек. Следователно задачата вече може да бъде формулирана по конкретно по следния начин:

От какво зависи максималното ускорение, което изпитва привързан с еластично въже човек по време на скок от определена височина?

Отговор на така поставения въпрос може да се намери, като се съобрази, че движението надолу се състои от две части. Първата от тях е свободно падане и при нея човек изминава път, равен на дължината L на неразтегнатото въже. По-нататък движението продължава под действие на две сили с противоположни посоки: постоянната сила на тежестта $G = mg$ и насочената нагоре сила на еластичност $F = k\Delta L$, където k е коефициентът на еластичност на въжето, а ΔL – удължението. Според втория принцип на динамиката проекцията на ускорението върху насочена вертикално нагоре ос е:

$$a = \frac{k\Delta L}{m} - g \; . \tag{2}$$

Тази величина приема максималната си стойност, когато удължението ΔL е най-голямо, т.е. в момента, когато падането на човека спре. От този момент нататък започва движение нагоре и т.н. – очевидно ще се осъществи някакъв затихващ колебателен процес.

И така, за определяне от какво зависи опасността, трябва да се пресметне ускорението в момента, когато въжето е максимално разтегнато. За целта може да се използва законът за запазване на механичната енергия. Ако отчитаме гравитационната потенциална енергия от равнището на моста, пълната механична енергия на човека преди скока е нула, защото той, човекът, е неподвижен, а и потенциалната му енергия е нула. В най-ниската точка от траекторията човекът е отново неподвижен и затова пълната му механична енергия е сбор само от неговата гравитационна потенциална енергия $-mg(L+\Delta L)$ и потенциалната енергия $\frac{1}{2}k(\Delta L)^2$, натрупана в разтегнатото въже. Така законът за запазване на енергията дава връзката:

(3)
$$\frac{1}{2}k(\Delta L)^2 - mg(L+\Delta L) = 0\,.$$

Ако се използва, че според закона на Хук $k = E\frac{S}{L}$, където S е напречното сечение на въжето, а E – модула на Юнг на неговия материал, и решението на квадратното уравнение (3) за удължението ΔL се замести в (2), за максималното ускорение се получава следният израз:

(4)
$$a_{\max} = g\sqrt{1+\frac{2SE}{mg}}\,.$$

Вижда се, че и в тази задача присъства елементът на парадоксалност, само че в случая той е в отговора, а не в условието. От (4) следва, че максималното ускорение, т.е. опасността за човека, не зависи от височината, от която скача! Ако се приеме, че опасни са ускоренията, превишаващи $25g$ и се познават параметрите на въжето (S, E), от (4) лесно може да се пресметне *минималната* допустима маса на скачача (от формулата се вижда, че опасността намалява с увеличаване на масата на човека!).

След този начален коментар следва да се продължи по-нататък – за безопасността на скока трябва да се отчетат и други фактори. Трябва преди всичко да има увереност, че якостта на материала на въжето е достатъчна, за да издържи то пресметнатото максимално удължение ΔL. Като се зададе определена височина h на моста, може да се пресметне каква е максималната дължина на неразтегнатото въже, при която след скока човек няма да достигне водната повърхност (което може да крие допълнителни опасности) и т.н. Очевидно е, че тук има възможности за задълбочаване в различни посоки, което да направи задачата още по-интересна. Един вариант на тази задача, свързан с алпинизма (алпинистите се подсигуряват срещу падане също с помощта на еластични въжета) е разгледан отделно.

6. Възможно ли е шутът на нападателя при изпълнение на дузпа да бъде толкова силен, че да вкара вратаря с топката във вратата?

Без да се коментира в подробности решението[2], трябва да се отбележи само, че в случая е съществено да се подберат условия, осигуряващи минимална скорост на топката, при която вратарят влиза във вратата с нея. Затова например е удачно да се предположи, че в момента, когато хваща топката, той е плонжирал във въздуха и движението му от този момент нататък продължава само, докато падне на земята. При тези условия законът за запазване на импулса определя хоризонталната съставяща на скоростта на вратаря и това е достатъчно за решаване на задачата (щом вратарят е уловил топката, ударът на двете тела е *напълно нееластичен*). Разбира се, за намиране на количествена оценка е необходимо да се направят и някои разумни предположения за масите на човека и топката, което не са зададени в условието. В резултат се оказва, че предполагаемото “вкарване на вратаря с топката във вратата” е невъзможно, защото топката трябва да се движи със скорост от порядъка на 400 km/h, докато на практика само най-добрите футболисти могат да й предадат скорост, едва превишаваща 100 km/h.

[2] Задачата е разгледана отделно в I chast\zadachi-eseta\malko futbol.

7. Под какъв ъгъл спрямо хоризонта трябва да изтласка гюлето спортист, за да постигне максимален резултат? Съпротивлението на въздуха се пренебрегва.

Отговорът "под 45º" е верен само в нулево приближение, а по същество не е верен. Той не отчита факта, че отделянето на гюлето от ръката на спортиста става на височина около 2 m над земята, което не е пренебрежимо малко, тъй като съставлява примерно 10 % от световния рекорд за тласкане на гюле, който е над 20 m. Именно това разсъждение показва, че не бива резултатът, който е известен за тяло, хвърлено от нулева височина под ъгъл спрямо хоризонта (45º), да се пренася автоматично и за разглеждания случай.

И така, задачата може да бъде преформулирана във следния вид:

При какъв начален ъгъл на хвърляне спрямо хоризонта от височина *h* далечината на полета на едно тяло е максимална?

При тази формулировка тя изглежда съвсем стандартно, а притежава и стандартно решение – изразява се далечината на полета като функция на началния ъгъл, приравнява се на нула производната по ъгъла (при постоянна големина на началната скорост) и се намира онази негова стойност, при която далечината е максимална. И ако тук се обръща внимание върху тази задача, то е не само заради връзката й със спорта, но и поради наличието на елегантно нестандартно решение, което не изисква диференциране. Заслужава да се обърне внимание на този метод за намиране на екстремуми, защото той е приложим и в много други случаи.

Фиг. 3.

При възприетите на фиг. 3 означения законът за движение на гюлето има вид:

$$x = v_0 t \cos\alpha$$
$$y = h + v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 , \qquad (5)$$

където, както обикновено, g е земното ускорение, а t – времето. Ако означим с τ времетраенето на полета, от (5) за момента, в който гюлето пада на земята получаваме:

$$x = v_0 \tau \cos\alpha$$
$$0 = h + v_0 \tau \sin\alpha - \frac{1}{2} g \tau^2 . \qquad (6)$$

Първото от равенствата (6) позволява да се изрази cosα, а следователно и sinα чрез v_0, α и x. Заместването на sinα във второто от равенствата (6) и решаването му спрямо x^2 води до резултата:

$$x^2 = v_0^2 \tau^2 - \left[h - \frac{1}{2} g \tau^2 \right]^2 , \qquad (7)$$

който след известна преработка се представя във вида:

$$x^2 = \frac{v_0^4}{g^2} + \frac{2 v_0^2 h}{g} - \left[h + \frac{v_0^2}{g} - \frac{g \tau^2}{2} \right]^2 . \qquad (8)$$

Тъй като изразът в средните скоби е неотрицателен, а знакът пред скобите – минус, далечината на полета ще е максимална, когато този израз е нула, т.е. при:

(9) $$\tau = \frac{1}{g}\sqrt{2\left(v_0^2 + gh\right)}.$$

От (8) и (9) за далечината на полета получаваме:

(10) $$x_{\max} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

Чрез намерените изрази за τ и $x_{\max}$ се изразяват $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, а чрез тях – и тангенсът на търсения ъгъл:

(11) $$tg\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}.$$

Тъй като $v' = \sqrt{2gh}$ е точно скоростта, с която тяло, пуснато свободно от височина h достига земята, формула (11) може да се запише и в по-прост вид:

(12) $$tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{v'}{v_0}\right)^2}}.$$

И от (11), и от (12) се вижда, че при $h = 0$ (т.е. $v' = 0$) се получава познатия резултат – $tg\alpha = 1$, т.е. $\alpha = 45^\circ$.

Тази задача е нестандартна и поради това, че допуска многопосочни коментарии и задълбочаване в различни посоки, които дават представа в кои случаи може да се пренебрегнат някои фактори, в кои – не могат и т.н. Така например е интересно да се съпостави големината на намерената корекция на ъгъла 45 ° заради това, че $h \neq 0$, и корекцията, дължаща се на съпротивлението на въздуха; да се разгледа по-подробно зависимостта на тези корекции от началната скорост, което води до интересни от практическа гледна точка заключения и т.н. (едно от тях е например това, че ако искате да хвърлите тежък камък колкото може по-далеч – т.е. при $v' << v_0$ – трябва да го изтласкате хоризонтално, а не под ъгъл 45° спрямо хоризонта – нещо, което човек знае от практиката си.)

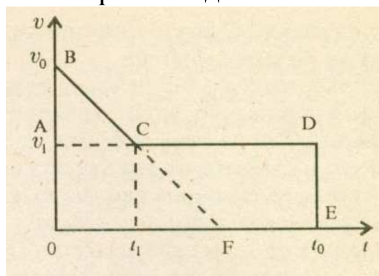
8. Движейки се със скорост v_0 = 54 km/h, на разстояние L = 200 m от светофар шофьорът забелязва, че светофарът превключва на червена светлина, чиято продължителност е t_0 = 30 s. Спирачният път при такава скорост е l = 37,5 m. Колко време шофьорът трябва да натиска спирачката, така че да премине кръстовището с минимална загуба на време?

Връзката на тази задача с ежедневието е очебийна – мнозина от редовните пътници в градските автобуси са забелязали, че има шофьори, които в резултат на дългата си практика са привикнали да карат по-икономично от останалите, така че времето, което губят за престой по светофарите е по-малко от това, което губят други техни колеги. Иначе по вид задачата е стандартна, а допуска и стандартно решение[3]. И ако тук ѝ се обръща внимание, причината е за възможността да се реши елегантно с помощта на графичния метод.

Решението се намира, като се построи графика на скоростта в зависимост от времето и се отчете, че площта на фигурата под тази графика е равна на изминатия път (фиг. 4). Ако шофьорът натиска спирачката непрекъснато и с максимална сила,

[3] Вж. съответния файл в I chast\zadachi-eseta*

движението е равнозакъснително, то би спряло след изминаване на път l и графиката на скоростта би била правата BCF. Спирачката действа обаче само до момента t_1, след



Фиг. 4.

който движението продължава с постоянна скорост, така че графиката на скоростта до достигането на кръстовището се състои от две части – наклонената BC и хоризонталната CD. Общата площ под нея (т.е. пътят L) е сума от лицата на правоъгълника $OADE$ и на триъгълника ABC:

(13) $$L = v_0 t + \frac{1}{2}(v_0 - v_1)t_1 .$$

Като отчетем, че лицата на подобните триъгълници OFB и ABC се отнасят както квадратите на съответните им страни, можем да запишем връзката:

(14) $$\frac{1}{2l}(v_0 - v_1)t_1 = \frac{(v_0 - v_1)^2}{v_0^2} .$$

(Площта на триъгълника OFB е равна на спирачния път l!) От (14) и (13) може да се изключи времето t_1, да се намери v_1, а след това и търсеното време t_1. (численият отговор е 2,9 s.

По физика се изучават някои фундаментални експериментални закони (напр. закона на Кулон), за които като че ли е трудно да се формулират нестандартни задачи. Какво би могло да бъде нестандартно в случая, след като е ясно, че трябва да се зададат зарядите и разстоянието между тях и единственото, което може да се търси, е силата? Или да се зададе друга комбинация от три от тези четири величини и да се търси четвъртата – все стандартни ситуации. Подобни задачи обаче може да се направят нестандартни, когато третират реални ситуации, в които се очертават порядъците на величините, имащи съществено значение за протичане на процесите в природата. Пример за такава задача, свързана със закона на Нютон за гравитацията, е следната.

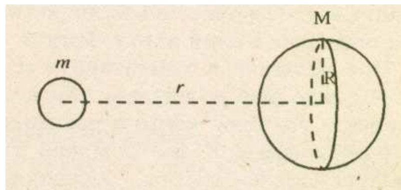
9. С колко дебело стоманено въже може да се удържи Луната върху орбитата си около Земята, ако гравитацията внезапно изчезне?

Разбира се, към условието трябва да се добавят масите на двете небесни тела ($M = 6{,}0.10^{24}$ kg, $m = 7{,}4.10^{22}$ kg), разстоянието между тях ($r = 3{,}8.10^{8}$ m), гравитационната константа $G = 6{,}7.10^{-11}$ N.m^2/kg^2, както и якостта на стоманата – $f = 5{,}0.10^{8}$ N/m^2 (последното означава, че стоманен прът със сечение 1 m^2 издържа на опън сила $5{,}0.10^{8}$ N). Самото решение представлява тренировка за прилагане на закона на Нютон и за боравене със степените на 10, но полученият числен резултат (≈ 720 km) може да се използва за редица впечатляващи сравнителни оценки. За да се стимулира по-нататък въображението на учениците, може да се използват данни от географията за размерите на желязното ядро във вътрешността на Земята и чрез тях да се пресметне дали цялото налично на Земята желязо би стигнало да се направи подобно въже и т.н., и т.н.

10. Да се оцени гравитационната сила, с която Луната се стреми да разруши Земята.

Преди всичко трябва да се изясни защо Луната се стреми да разруши Земята. Ключово в случая е понятието **нехомогенно** поле. Тъй като диаметърът на Земята (над

12 000 km съставлява над 3% от разстоянието до Луната (380 000 km), гравитационното поле на Луната в пространствената област, заета от Земята може да се смята хомогенно само с точност, която (заради квадратичната зависимост от разстоянието) не превишава 10%. Казано с други думи, при тези размери на Земята, ако я разглеждаме като материална точка, грешката, която ще допуснем може да достигне 10%. Както ще покажат резултатите по-долу, правейки толкова грубо приближение (т.е. – приемайки Земята за точка) губим възможността да обясним такова често срещано явление, каквото са океанските приливи.



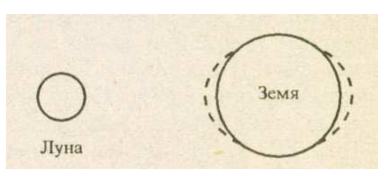
Фиг. 5.

За да разберем защо Луната се стреми да разруши Земята, нека мислено разделим последната на две половини – по-близка и по-далечна спрямо Луната (фиг. 5). Тъй като масите им са еднакви, по-близката до Луната ще се привлича от нея с по-голяма сила, отколкото по-далечната. Ако означим с r разстоянието между центровете на Земята и Луната, а с R – земния радиус, с някакво приближение можем да смятаме, че центърът на близката до Луната половина се намира на разстояние $r - R/2$ от лунния център, а центърът на по-далечната половина – съответно на разстояние $r + R/2$. Тогава в съответствие със закона на Нютон за гравитацията, разликата от двете сили, с които Луната привлича двете половини на Земята, ще бъде:

(15)
$$\delta F = G\frac{mM}{2}\left[\frac{1}{\left(r - R/2\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + R/2\right)^2}\right],$$

където m и M са масите съответно на Луната и Земята. Пресмятането на числената стойност на тази величина ($3{,}3.10^{18}$ N) не е трудно.

По-нататъшният коментар следва да разкрие последствията от наличието на силата δF. Щом близката половина се привлича с по-голяма сила, ако си представим, че между двете половини няма сцепление, тази по-близка до Луната половина би започнала да пада към нея с по-голямо ускорение от по-далечната и Земята би се разцепила. Формула (15) определя порядъка на породената от нехомогенността на лунното гравитационно поле сила, която се стреми да разцепи Земята. Особено впечатляващ резултат се получава, ако отново се зададе якостта на стоманата и се постави въпросът с колко дебел стоманен прът трябва да свържем двете земни половини, така че Земята да не се разцепи (при положение, че изчезнат всички останали сили, които държат заедно частите й). Окозва се, че този прът трябва да бъде дебел 92 km!



Фиг. 6.

С това обаче коментариите към задачата не бива да приключват – резултатът може да се използва и за опростено, но по физическата си същност правилно обяснение на наличието на океанските приливи. За целта трябва да се разгледа гравитационното въздействие върху три тела – водните маси в близката до Луната част от световния океан, твърдата част на Земята, и далечните спрямо Луната части на океана (фиг. 6). От времето на Галилей е известно, че ускорението, което придава гравитационната сила на едно тяло, не зависи от масата на тялото. Следователно водата в обърнатата към Луната част от океаните ще “пада” към Луната с най-голямо ускорение, а водата в срещуположната част на океана - с най-малко ускорение. Първата “ще избързва”, а втората – “ще изостава” спрямо твърдата част на Земята, с което се обяснява наличието във всеки момент на **две** приливни вълни върху Земята.

При желание в коментариите може да се отиде още по-далеч. Може да се отчете, че това, което в предходните разсъждения бе разглеждано като “твърда част на Земята”, всъщност не е абсолютно твърдо тяло и че приливни вълни (разбира се, с много по-малка амплитуда) се наблюдават и в земната кора, може да се разсъждава за ролята им за започване на земетресения и т.н.

11. Какви стават миньорите, когато се спускат под Земята – по-леки или по-тежки?

Решението на задачата изисква да се намери зависимостта на земното ускорение от дълбочината под земната повърхност. Първият етап от решаването включва предположението, че Земята е хомогенно кълбо. Известно е, че в точка от вътрешността на Земята интензитетът на гравитационното поле, създадено от сферичните земни слоеве, намиращи се над точката, е нула. Следователно на дъното на шахтата миньорът би трябвало да бъде по-лек, отколкото на повърхността, защото действащата му гравитационна сила се формира само от земните маси, намиращо се по-близо до центъра на Земята, отколкото самият миньор. Така че в първо приближение миньорите би трябвало да олекват, слизайки под земята.

Второто приближение следва да отчете нехомогенността на Земята. Миньорските шахти проникват само на относително малка дълбочина в литосферата, чиято плътност е значително по-малка от плътността на земното ядро. Намалението на гравитационната сила заради външните слоеве на литосферата би могло да се компенсира с излишък от това, че слизайки в шахтата, миньорът се доближава до по-плътното ядро (още повече, че зависимостта от разстоянието до центъра на ядрото е квадратична!). В резултат се оказва, че гравитационната сила нараства. (Ясно е обаче, че това нарастване не може да бъде неограничено – с навлизане все по-дълбоко и по-дълбоко неизбежно ще се достигне точка, от която нататък силата на тежестта ще започне да намалява, за да стане в центъра на Земята нула.) Още повече ще се усложнят разглежданията, ако се отчете, че теглото, освен от гравитационната сила, зависи и от околоосното въртене на Земята, а това ще намеси географската ширина и т.н.

Последният пример е за задача, чиято нестандартност се дължи на непосредствената й връзка със съвременното развитие на науката.

12. При насрещно облъчване на сноп натриеви йони с лазер, те забавят движението си с ускорение 10^8 m/s^2. Какво разстояние ще изминат йоните до спирането си, ако началната им скорост е 10^3 m/s?

Трудно е да се намери задача, по-стандартна от тази по своето съдържание. Стандартният й вариант очевидно гласи: *Какво разстояние ще измине тяло, което, движейки се със скорост* 10^3 m/s, *започне да спира с ускорение* 10 m/s*?*

Нестандартността в случая се състои в това, че покрай заместването на стойности на величини в известна формула и пресмятанията, учителят има възможност да запознае учениците с един съвременен метод за охлаждане (защото забавянето в случая е равносилно на охлаждане) на атомни снопове, да коментира защо и къде е необходимо подобно охлаждане и т.н. Задачата лесно от чисто кинематична може да се превърне в динамична – достатъчно е да се зададе масата на един натриев йон, началната температура и чрез връзката между абсолютна температура и средна кинетично енергия ($E_k = 3kT/2$) да се търси за колко време ще се получи определено охлаждане. (При това, разбира се, следва се имат предвид определени ограничения – в противен случай лесно ще охладим снопа до абсолютната нула!”) Необходимо условие за всичко това обаче (както бе вече отбелязано в началото) е учителят целенасочено да търси, да следи научната и научно-популярната литература, където могат да се намерят подходящи данни и коментарии по въпроси, които могат да станат източници на информация за подобни задачи. Наличието на интернет днес облекчава неимоверно много подобни търсения.

В заключение може да се отбележи следното. От разгледаните примери е ясно, че решенията на повечето от нестандартните задачи не са по силите на *всички* ученици, въпреки че рядко за решаването им се изискват знания, застъпени в програмата за свободноизбираемата подготовка. Затова тези задачи следва да се използват преди всичко при индивидуалната работа с учениците, които имат по-добри възможности и мотивация за изучаване на природонаучните дисциплини. Именно в тези случаи може да се разчита, че чрез подобни задачи тази начална мотивация ще укрепне и ще се увеличи.

Нестандартните задачи трябва да приучват учениците да си задават въпроси. Необходимо условие за постигане на тази цел обаче е самият учител да умее да си задава въпроси. Затова още веднъж ще наблегнем на необходимостта от целенасочено използване на всички възможни източници на информация, от внимателно вглеждане с очите на физици в заобикалящия ни свят и, разбира се, от решаването на много, много *стандартни* задачи. Последното е необходимо за придобиване на определена рутина, така че когато се изправим пред *нестандартна* задача, затрудненията при решаването й да не са резултат от недобро познаване на необходимите зависимости, от математичен характер и др.п.