

Задача за два пешеходеца

Задача: При изгрев Слънце два пешеходеца тръгват по шосето един срещу друг: първият от пункт A , вторият – от пункт B . По обед двамата се срещат, разминават се и продължават равномерния си ход със същите скорости, с които са се движили до срещата. Първият достига пункт B в четири часа след обед, а вторият – пункт A в 9 часа вечерта. През кой сезон на годината са вървели пешеходците?

- А) В началото на есента.
 - Б) В края на пролетта.
 - В) В началото на зимата.
 - Г) При тези данни в условието отговорът е неопределен.
- Посочете верния отговор.

Отговор: верният отговор е А), само че обосноваването му е малко по-дълго, отколкото при обикновените задачи с избираем отговор.

Анализ: Задачата прилича малко на друга известна задача: “Един кораб има водоизместимост 40 хил. тона, дълг е 120 метра, широк 45 метра и има 50 илюминатора. На колко години е бабата на боцмана?” Приликата обаче е повърхностна. Ако човек се замисли върху данните, може да съобрази, че те позволяват да се пресметне колко часа са вървели пешеходците до срещата си, оттам – в колко часа сутринта са тръгнали, т.е. – в колко часа е изгряло Слънцето. Тъй като данни за географската ширина няма, то отговорът не трябва да зависи от това, дали са се движили из Сахара или из Аляска. Изгревът на Слънцето в края на пролетта и в началото на зимата (т.е. в най-дългия и в най-краткия ден) зависи от географската ширина и следователно отговорите Б) и В) трябва да отпаднат. Отговор Г) може да отпадне от общи съображения – тестовите задачи с избираем отговор обикновено се съставят така, че данните са достатъчни за намиране на верния отговор. Остава отговор А) – в началото на есента (23 септември) Слънцето наистина изгрява навсякъде в един и същи час – в 6 часа сутринта.

Така, без много физика, можем да посочим като верен отговор А). За да сме сигурни обаче, трябва да проверим дали наистина до срещата си пешеходците са вървели 6 часа.

Решение. Каква информация всъщност може да се извлече от текста:

1. Пешеходците тръгват едновременно – при изгрев Слънце, от където следва, че времената, през които са се движили до срещата, са еднакви.
2. Скоростите v_1 и v_2 , с които се движат двамата, са сигурно различни – в противен случай биха пристигнали едновременно в крайните си пунктове.
3. Пътят, изминат от първия пешеходец от срещата до т. B е равен на пътя, изминат от втория пешеходец от изгрев Слънце до срещата.
4. Пътят, изминат от втория пешеходец от срещата до т. A е равен на пътя, изминат от първия пешеходец от изгрев Слънце до срещата.
5. След срещата интервалът от време за достигане на целта за първия пешеходец е 4 часа, а за втория – 9 часа.

Ако означим с x часът на изгрева на Слънцето и приемем, че срещата се е осъществила точно в 12 часа (в условието – по обед), от т. 3 и т. 5 следва равенството:

$$(12 - x)v_1 = 9v_2.$$

По същия начин от т. 4. и т. 5 следва равенството:

$$(12 - x)v_2 = 4v_1.$$

Като разделим първото равенство на второто, получаваме възможност да намерим отношението между двете скорости: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$. След това, като заместим

$v_2 = \frac{2}{3}v_1$ в кое да е от двете равенства, получаваме x – часа на изгрева на Слънцето.

Резултатът е $x = 6$ часа. Тъй като в 6 часа сутринта Слънцето изгрива само в началото на пролетта и началото на есента, следва, че наистина верният отговор е А). (Нещо повече – бихме могли да твърдим, че пътешествията са се осъществили или на, или скоро след 23 септември.)

Бележка: В кн. 3 на списание *Светът на физиката* е поместен великолепият превод на Михаил Бушев на едно интервю, дадено от големия руски математик Владимир Арнолд (1937–2010) преди 15 години. В отговор на въпроса на интервюиращия как се е зародил интересът му към математиката, Арнолд разказва за традицията в руските семейства на децата да се дават т.нар. “старинни задачи на търговците” – задачи, които са създавали и с които са се различали руските “купци” по време на многодневните си пътувания из Русия. Той казва: “Децата на 5–6 годишна възраст много обичат такива задачи и умеят да ги решават, макар че задачите могат да се окажат твърде трудни за висшисти, увредени от полученото формално математическо образование.” И по-нататък в интервюто той посочва няколко подобни задачи. В частност, на 12-годишните си ученици (между които е и Арнолд) учителят поставя следната задача:

Две старици тръгват при изгрев слънце и вървят с постоянна скорост. Едната върви от А към В, другата – от В към А. Срещат се по обед и, без да спират, продължават, като пристигат съответно в В в 16 часа, и в А – в 21 часа. В колко часа е бил изгревът на Слънцето през този ден?

Предложеният по-горе вариант е само леко изменен, за да получи въпросът още по-парадоксално звучене. (Е, разбира се, тъй като “старици” днес звучи твърде одиозно, не както преди 100 – 150 години, думата е заменена с “пешеходци”. Помислете обаче защо задачата може да се окаже некоректна, ако при тези данни вместо за пешеходци става дума, например за леки коли или самолети.)

Ето какво казва Арнолд по повод решаването на разгледаната задача:

“Цял ден разсъждавах върху тази старинна задача и нейното решение (основаващо се върху това, което сега се нарича мащабни аргументи, анализ на размерностите или теория на тороидалните многообразия – в зависимост от вашия вкус) ми дойде като откровение. Усещането за откритие, което изпитах тогава (1949), беше точно същото като при всички последващи много по-сериозни проблеми... Именно жаждата да изпитам това удивително усещане още и още беше и си остава моята основна мотивация в математиката.”

Моите знания не ми дават възможност да видя връзката между решението на задачата и “теорията на тороидалните многообразия”, “анализа на размерностите” и пр. Боя се, че в предложеното по-горе решение подобна връзка липсва и не това решение се очаква от едно 10–12 годишно дете. Остава обаче ясният въпрос: А не е ли същото и с физиката? Даваме ли ние на нашите ученици да почувстват “удивителното усещане за откритие”, за “откровение”, което да ги мотивира да се насочат към природните науки?

Хр. Попов