Инерчни сили

Въпросът има или няма инерчни сили, реални или нереални са те и т.н. е предизвиквал множество спорове, в които са се замесвали не един от класиците на механиката. Безспорен факт е, че разглеждано спрямо инерциална отправна система, всяко явление може да бъде обяснено без да се използват инерчни сили. Въвеждането им се налага само, когато разглеждаме явленията спрямо неинерциални системи и, в края на краищата, като че ли е само въпрос на конвенция дали ще смятаме реални сили, за които не е приложим третият принцип на механиката (т.е. сили, които нямат противодействие).

С опростяването (изкушавам се да напиша изпростяването) на обучението по физика у нас въпросът дали да въвеждаме или да не въвеждаме инерчни сили намери своя естествен отговор: въпреки че формално все още говорим за разлика между инерциални и неинерциални отправни системи, ние нямаме възможност (разбирай – време) да разгледаме нито едно явление в неинерциална отправна система. Нещо повече – в общообразователния минимум даже не правим преход между две *инерциални* системи. По такъв начин от учебното съдържание изчезнаха такива понятия като **центробежна сила** и др.п., а споровете за това, дали инерчните сили са реални или не са, напълно обяснимо заглъхнаха.

Още в началото искам ясно да подчертая, че не съм привърженик на въвеждането на инерчните сили в общообразователния минимум – доста по-сериозни проблеми за оправяне има, преди да опрем до тях. Въпреки това, по-долу ще приведа един пример, който ясно показва ползата от въвеждането и използването на такива сили.

Първо, да припомним: инерчните сили се въвеждат, за да бъде изпълнен **и в неинерциална система** вторият принцип на динамиката:

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{ин.}} = m\vec{a}\,.$$

Тук $\vec{F}$ е равнодействащата на силите, които са резултат от взаимодействието на разглежданото тяло и останалите тела, а $\vec{F}_{\text{ин.}} = -\,m\,\vec{w}$ – инерчната сила, приложена към тялото в отправна система, която спрямо инерциалната отправна система се движи с ускорение $\vec{w}$.

От това, че с въвеждане на инерчните сили се запазва вида на втория принцип на динамиката, следва, че при изучаване на явленията в неинерциална система могат да се прилагат всички методи, разработени за инерциални отправни системи. В частност, ако тялото е неподвижно спрямо неинерциалната отправна система, от втория принцип следва:

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{ин.}} = 0$$

и задачата става статична. В механиката съществува специален раздел, наречен *кинетостатика*, който използва този факт и в който задачите на динамиката се свеждат до статични задачи. Това е и същността на известния принцип на Даламбер, според който уравненията за движение на едно тяло може да се сведат до уравнения от статиката, ако към силите, дължащи се на взаимодействията (вкл. реакциите на различните връзки) се добавят и инерчните сили.

А, както е известно, правилата в статиката са достатъчно прости: за да бъде едно тяло в равновесие е необходимо и достатъчно да бъде нула:

1. сумата от силите, които действат на тялото;
2. сумата от въртящите моменти на всички сили спрямо всяка точка от тялото.

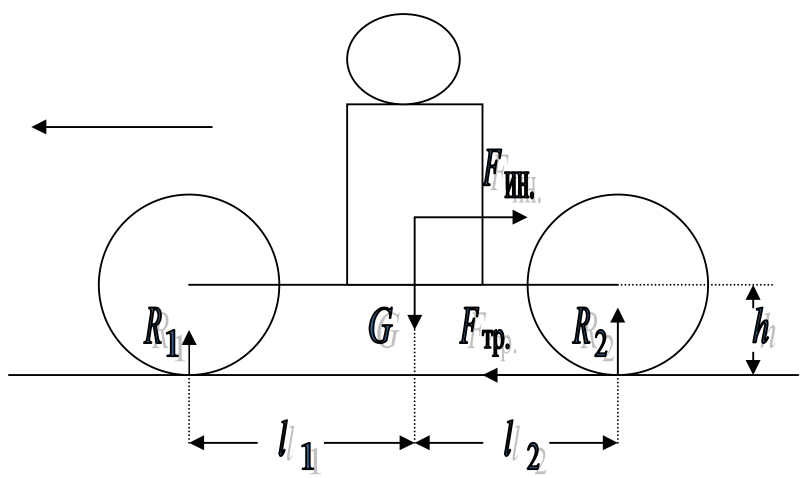
Отлична демонстрация на улесненията, които предоставя използването на инерчните сили, предоставя една задача, съставена въз основа на следното наблюдение. Сигурно сте забелязали, че при старт на мотоциклетно състезание, когато състезателите се стремят да ускорят максимално машините, понякога се случва предното колело на някой мотоциклет да се вдигне във въздуха – ситуация опасна и нежелана от различни гледни точки. (Не става дума за същото явление след финала на състезанието, когато радостта от успешното завършване кара състезателя да го предизвика съзнателно.)

Коя може да бъде причината за отделяне на предното колело от земната повърхност. Първото нещо, което идва наум е съпротивлението на въздуха – спрямо точката, в която задното колело контактува със земята тази сила очевидно създава въртящ момент, който се стреми да повдигне предното колело. Това предположение обаче отпада, тъй като при старта скоростта е твърде малка, за да предизвика появата на достатъчно голямо въздушна съпротивление. Както ще видим, като причина може да се посочи инерчната сила, която е свързана с ускорението при тръгване. И тъй като големината на инерчната сила е право пропорционална както на общата маса на мотоциклета и състезателя, така и на ускорението, в края на краищата изискването за стабилност (т.е. машината да се опира на двете си колела) налага определено ограничение върху големината на ускорението[1].

За анализиране на ситуацията може да формулираме следната задача.

Задача. С какво максимално ускорение a може да потегли, мотоциклет без предното му колело да загуби контакт със земната повърхнина, ако общата маса на машината и човека е m, центърът на масите на системата се намира на височина h, а разстоянията от осите на предното и на задното колело до вертикалата, минаваща през центъра на масите са равни съответно на l_1 и l_2.

Решение. Ще разгледаме старта на мотоциклета в *неинерциалната* система, свързана неподвижно с него. В нея на тялото (нека така за краткост наричаме системата от човек и машина) действат следните сили (фиг. 1)[2]:



Фиг. 1.

– сила на тежестта с големина $G = mg$, приложена в центъра на масите и насочена надолу (g – земното ускорение);

– сила на триене $F_{тр.}$, приложена в точката на съприкосновение между задното (задвижващото!) колело и настилката и насочена напред (фактически – силата, която ускорява тялото);

[1] Друго ограничение върху ускорението идва от големината на коефициента на триене. Тъй като сила, която ускорява мотоциклета, е всъщност силата на триене (при покой!) между задната гума и настилката, ускорението не може да бъде по-голямо от частното между максималната сила на триене и масата на движещото се тяло. За това ограничение ще стане дума в коментарите след решението на задачата.

[2] За пореден път моля извинение за качеството на илюстрациите, които съпровождат разглежданията – възможностите ми да използвам компютъра за чертане не позволяват нищо по-добро.

– инерчна сила с големина $F_{\text{ин.}} = ma$, приложена в центъра на масите и насочена в посока, противоположна на посоката на движение;

– реакция на опората R_1, приложена в точката на съприкосновение между предното колело и земята и насочена нагоре;

– реакция на опората R_2, приложена в точката на съприкосновение между задното колело и земята (т. A) и насочена нагоре.

Тъй като във въпросната отправна система тялото е неподвижно, можем да приложим формулираните по-горе две правила, осигуряващи равновесие на тяло. Тъй като правилото за силите трябва да бъде валидно както за проекциите им във вертикално, така и за проекциите им в хоризонтално направление, от него получаваме две равенства:

– сумата на силите, които действат вертикално надолу трябва да е нула, т.е.:

(1) $$G - R_1 - R_2 = 0;$$

– сумата от силите, които действат в хоризонтална посока напред да е нула, т.е.:

(2) $$F_{\text{тр.}} - F_{\text{ин.}} = 0.$$

Правилото за равенство на нула на общия въртящ момент ще приложим спрямо т. A, като отчетем, че спрямо нея рамената на силите са както следва: на $F_{\text{тр.}}$ и на R_2 – нула, на G – l_2, на $F_{\text{ин.}}$ – h и на R_1 – $(l_1 + l_2)$. Така правилото за въртящите моменти осигурява едно равенство:

(3) $$Gl_2 - R_1(l_1 + l_2) - F_{\text{ин.}}h = 0.$$

Нека разгледаме последното равенство – в него величините G, l_1, l_2 и h са фиксирани. Инерчната сила $F_{\text{ин.}}$ е правопропорционална на ускорението и можем да смятаме, че това равенство определя вертикалната реакция R_1, действаща на предното колело. Вижда се, че с увеличаване на ускорението, т.е. с увеличаване на инерчната сила, реакцията R_1 намалява, и когато ускорението стане толкова голямо, че се изпълни равенството:

(4) $$F_{\text{ин.}} = \frac{l_2}{h}G\ ,$$

достигаме състояние, при което $R_1 = 0$, а това означава, че и натискът на предното колело върху земята става нула. От този момент нататък, всяко увеличаване на ускорението би довело до вдигане на предното колело във въздуха.

Като отчетем, че $F_{\text{ин.}} = ma$, а $G = mg$, от (4) получаваме, че максималното ускорение, при което все още мотоциклетът е на две колела, е:

(5) $$a = \frac{l_2}{h}g\ .$$

Тази формула показва, че за постигане на максимално ускорение (без да се застрашава стабилността на движението) е необходимо конструкцията на мотоциклета да осигурява минимална височина на центъра на масите и максимално разстояние от този център до оста на задното колело.

От равенство (1) се вижда, че при $R_1 = 0$ имаме $R_2 = G = mg$, т.е. цялото вертикално натоварване пада върху задното колело. Нека сега отчетем зависимостта на силата на триене от нормалния натиск, който в този случай е mg. Това е случаят, в който силата на триене, а следователно и ускорението, могат да достигнат максималната си стойност[3]. Ако означим с k коефициента на триене между гумата и

[3] Не бива да забравяме може би най-важната отлика между силата на триене при покой (за какъвто тип триене става дума в случая) и триенето при хлъзгане. Големината на триенето при хлъзгане е постоянна – kN, т.е. зависи само от коефициента на триене и от нормалния натиск. За разлика от нея големината на триенето в покой е винаги равна на активната сила, която се стреми да задвижи тялото. Така например, ако върху пода лежи тежък сандък, на него не му действа никакво триенето при покой, докато не започнете да го бутате с цел да го преместите. Силата на триене при покой в този случай расте заедно с

настилката, то $F_{\text{тр.}} = kmg$. Съгласно с равенство (2) обаче, по големина силата на триене е равна на инерчната сила ($kmg = ma$) и следователно $a = kg$. Като съчетаем това равенство с формула (5), получаваме:

(6) $$k = \frac{l_2}{h}.$$

Как да тълкуваме тази връзка? Както бе отбелязано по-горе под черта, коефициентът на триене определя максималната сила на триене, която може да ускори тялото – в нашия случай тя е $F_{\text{тр.}} = kmg$. Ако форсираме двигателя повече с цел да получим по-голямо ускорение, няма да постигнем целта си – просто задното колело ще започне да боксува, вместо триене при покой ще започне да действа триенето при хлъзгане, което обикновено е малко по-малко от това в покой, така че резултатът по-скоро ще бъде обратен на желания. От тази гледна точка равенство (6) съчетава изискванията за постигане на максимално ускорение при *стабилно* движение (т.е. – на две колела).

Ако $k < \frac{l_2}{h}$, то при максималното ускорение, което може да осигури силата на триене, мотоциклетът ще се движи стабилно на двете си колела. В случай, че $k > \frac{l_2}{h}$, максималното ускорение, което осигурява триенето, превишава ускорението, при което машината е все още на двете си колела – ситуацията е опасна, защото мотоциклетът може да се преобърне назад.

Тези резултати определят и тактиката на мотоциклетиста, който, ако е участник в състезание, ще се стреми да стартира с максимално ускорение: той трябва да форсира двигателя дотолкова, че ускорението му да достигне *почти* до стойността, при която натоварването на задната ос е максимално, а това означава и максимално триене. (Не трябва да се забравя обаче, че при $R_1 = 0$ мотоциклетът фактически е неуправляем, защото това е ускорението, при което предното колело не взаимодейства с настилката.

Разбира се, същите разсъждения са в сила не само за мотоциклетите, но и за автомобилите. Именно с цел да се осигури стабилността им при ускоряване, те се конструират така, че обикновено отношението l_2/h неколкократно да превишава коефициента на триене k.

Разгледаната задача показва как въвеждането на инерчна сила позволява сравнително лесно да се реши една важна от практична гледна точка задача. Повтарям писаното в началото: задачата със сигурност има решение, което избягва използването на инерчна сила, като разглежданията се правят в инерциална отправна система, свързана например със земята. Аз обаче не знам как може да стане това.

нарастване на вашето усилие, така че сандъкът остава неподвижен, докато не преодолеете възможната максимална сила на триене при покой (която е близка до kN). Това е причината, поради която в текста се визира *максималната* сила на триене.