

## Бавно въртящи се неутронни звезди в скаларно тензорни теории с масивно скаларно поле

Стойчо Язаджиев<sup>1</sup>, Даниела Донева<sup>2,3</sup>, Димитър Попчев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Physics, St. Kliment Ohridski University of Sofia,  
5 J. Bourchier Blvd., 1164 Sofia, Bulgaria

<sup>2</sup>Theoretical Astrophysics, Eberhard Karls University of Tübingen,  
Tübingen 72076, Germany

<sup>3</sup>Institute for Nuclear Research and Nuclear Energy,  
Bulgarian Academy of Sciences, Sofia 1784, Bulgaria

**Abstract.** В скаларно-тензорните теории с масивно поле, куплиращата константа, и функция в общия случай, които са позволени от наблюдаемите данни, могат значително да се различават спрямо случаите с безмасово поле. Това естествено води до неутронни звезди с различна структура в теории с масивни полета в сравнение с такива в без масови или общата теория на относителността. В този доклад ще бъдат представени получените резултат при изследването на неутронни звезди и техните физични свойства в различните теории. Най-значима разлика в характеристиките на звездата е наблюдаването на ефекта на спонтанна скаларизация, при който имаме драстични разлики в масата, радиуса и инерчен момент спрямо случаите на ОТО, скаларно-тензорни теории с безмасово и масово скаларно поле.

### 1 Въведение

Скаларно-Тензорните Теории (СТТ) на гравитацията са клас алтернативни теории на гравитацията, които представляват естествено обобщение на Общата Теория на Относителността (ОТО) чрез въвеждането на допълнителен медиатор на гравитацията – скаларно поле. През последните две десетилетия различните астрофизични и космологични случаи в този клас теории са обект на интензивно изследване. Особен интерес представлява изследването на структурата, свойствата и свързаните физични ефекти на неутронни звезди в СТТ. В следните статии може да се намери подробна информация за случая с безмасово скаларно поле [1–8]. Важно е да отбележим и последните астрофизични и космологични наблюдения, които значително стесниха допустимите стойности на базисните параметри на СТТ с безмасово поле [9, 10].

Ситуацията значително се променя, когато разглеждаме СТТ с масивно скаларно поле. Наличието на маса  $m_\varphi$  води до скаларно поле, което действа на разстояние, не по-голямо от неговата Комптонова дължина на вълната  $\lambda_\varphi = 2\pi/m_\varphi$ . С други думи, то няма да оказва влияние извън компактният обект на разстояние  $D > \lambda_\varphi$ . Което означава, че всички наблюдения на компактни обекти, намиращи се на разстояние, по-голямо от  $\lambda_\varphi$ , не могат да слагат ограничения, или най-малкото да ги засилват, върху СТТ.

Добре известно е, че СТТ с куплираща функция за Айнщайновата инерциална система от типа  $\alpha(\varphi) = \beta\varphi, \beta < 0$  показва наличието на непертурбативен ефект – спонтанна скаларизация, при неутронни звезди. Той се състои в това, че скаларният вакуум е нестабилен, и скаларното поле кондензира при наличие на материя. Съвременните наблюдения, например пулсарът PSR J0348+0432, налагат много строги граници върху куплиращия параметър  $\beta \gtrsim -4.5$ . Само че, ако разгледаме масивни скаларни полета в подходящи граници, стойностите на  $\beta$  могат значително да се различават от предложената стойност  $-4.5$ . Груба оценка за интервала на допустими  $\beta$  е  $3 \gtrsim -\beta \gtrsim 10^3$  [11]. С тези резултати в предвид можем да очакваме значителна разлика между неутронни звезди, тяхната структура и свойства, в теории с масивно и безмасово скаларно поле. В настоящата статия ще изложим числените резултати за бавновъртящи се неутронни звезди с куплираща функция:

$$\alpha(\varphi) = \beta\varphi \quad (1)$$

с условието  $\beta < 0$ .

## 2 Математическа формулировка

Действието за СТТ в Айнщайнова инерциална система се задава с уравнението

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2g^{\mu\nu} \partial_\nu \varphi \partial_\mu \varphi - V(\varphi)) + S_{\text{matter}}(A^2(\varphi)g_{\mu\nu}, \chi) \quad (2)$$

В (2)  $R$  е скаларът на Ричи относно Айнщайновата инерциална система с метрика  $g_{\mu\nu}$ . СТТ се определят напълно от избора на функциите  $A(\varphi)$  и  $V(\varphi)$ . В Жорданова инерциална система имаме метрика  $\tilde{g}_{\mu\nu}$  и гравитационен скалар  $\Phi$ , чиято връзка с Айнщановата система се определят от уравненията  $\tilde{g}_{\mu\nu} = A^2(\varphi)g_{\mu\nu}$  и  $\Phi = A^{-2}(\varphi)$ . В настоящата статия ще се ограничим с разглеждането на прост дилатон с потенциал  $V(\varphi) = 2m_\varphi^2 \varphi^2$ .

Бавно въртящи се неутронни звезди в СТТ с масивно поле

Самите уравнения на полето са:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} + 2\nabla_\mu\varphi\nabla_\nu\varphi - g_{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\varphi\nabla_\beta\varphi - \frac{1}{2}V(\varphi)g_{\mu\nu} \quad (3)$$

$$\nabla_\mu\nabla^\mu\varphi = -4\pi G\alpha(\varphi)T + \frac{1}{4}\frac{d}{d\varphi}V(\varphi) \quad (4)$$

С  $\nabla_\mu$  бележим ковариантната производна относно  $g_{\mu\nu}$ . Куплиращата функция  $\alpha(\varphi)$  е дефинирана чрез  $\alpha(\varphi) = \frac{d}{d\varphi} \ln A(\varphi)$ . От полевите уравнения и контрактираното тъждество на Бианки записваме закона за запазване на тензора на енергията и импулса в инерциална система на Айнщайн:

$$\nabla_\nu T^\nu_\mu = \alpha(\varphi)T\nabla_\nu\varphi \quad (5)$$

Тензорът на енергията и импулса  $T_{\mu\nu}$  в инерциална система на Айнщайн и този в система на Жордан  $\tilde{T}_{\mu\nu}$  са свързани чрез  $T_{\mu\nu} = A^2(\varphi)\tilde{T}_{\mu\nu}$ . За случая на идеален флуид връзката между плътността на енергията, налягането и 4-скоростта се задават с  $\rho = A^4(\varphi)\tilde{\rho}$ ,  $p = A^4(\varphi)\tilde{p}$  и  $u_\mu = A^{-1}(\varphi)\tilde{u}_\mu$ .

Ще разгледаме стационарно аксиално симетрично пространство време, както и аксиално симетричен флуид и скаларно поле. В приближение на бавно въртене, иначе казано взимайки само членовете от първи ред на ъгловата скорост  $\Omega = u^\phi/u^t$  [12], метриката на пространство-времето придобива вида:

$$ds^2 = -e^{2\phi(r)}dt^2 + e^{2\Lambda(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\vartheta^2) - 2\omega(r, \theta)r^2\sin^2\theta d\vartheta dt \quad (6)$$

В него метричната функция  $\omega$  е от първи ред на  $\Omega$ . Влиянието на въртенето върху другите метрични функции, скаларното поле, плътността на енергията и налягането са от ред  $O(\Omega^2)$ . За четири скоростта  $u^\mu$  до линейни членове относно  $\Omega$  имаме  $u = u^t(1, 0, 0, \Omega)$  където  $u^t = e^{-\phi(r)}$ .

Безразмерните уравнения в инерциална система на Айнщайн, които не съдържат членове от по-висок ред от първи относно  $\Omega$ , са следните:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}[r(1 - e^{-2\Lambda})] = 8\pi GA^4(\varphi)\tilde{\rho} + e^{-2\Lambda}\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 + \frac{1}{2}V(\varphi) \quad (7)$$

$$\frac{2}{r}e^{-2\Lambda}\frac{d\phi}{dr} - \frac{1}{r^2}(1 - e^{-2\Lambda}) = 8\pi GA^4(\varphi)\tilde{p} + e^{-2\Lambda}\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)^2 - \frac{1}{2}V(\varphi) \quad (8)$$

С. Язаджиев, Д. Донева, Д. Попчев

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \left( \frac{d\phi}{dr} - \frac{d\Lambda}{dr} + \frac{2}{r} \right) \frac{d\varphi}{dr} = 4\pi G\alpha(\varphi)A^4(\varphi)(\tilde{\rho} - 3\tilde{p})e^{2\Lambda} + \frac{1}{4} \frac{dV(\varphi)}{d\varphi} e^{2\Lambda} \quad (9)$$

$$\frac{d\tilde{p}}{dr} = -(\tilde{p} + \tilde{\rho}) \left( \frac{d\phi}{dr} + \alpha(\varphi) \frac{d\varphi}{dr} \right) \quad (10)$$

$$\frac{e^{\Phi-\Lambda}}{r^4} \partial_r [e^{-(\Phi+\Lambda)} r^4 \partial_r \omega] + \frac{1}{r^2 \sin^3 \theta} \partial_\theta [\sin^3 \theta \partial_\theta \omega] = 16\pi G A^4(\varphi) (\tilde{\rho} + \tilde{p}) \omega. \quad (11)$$

След добавяне на уравнения на състоянието системата се допълва и при зададени начални условия описва вътрешните (за които налягането и плътността са функции на радиалната координата) и външните решения (за които полагаме  $\tilde{\rho} = \tilde{p} = 0$ ) на неутронна звезда. Естествените гранични условия са  $\rho(0) = \rho_c, \Lambda(0) = 0$  и на безкрайност са за асимптотически плоско пространство време:  $\phi(r) \rightarrow 0, \varphi(r) \rightarrow 0$ . Координатният радиус  $r_s$  на звездата изпълнява условието  $p(r_s) = 0$ , а физическият радиус е  $R_s = A[\varphi(r_s)]r_s$ . Уравнението за  $\omega$  се опростява, като използваме полиноми на Лежандър и изпълнява следните естествени гранични условия – условие за регулярност в центъра на звездата  $\frac{d\omega}{dr}(0) = 0$  и условие на безкрайност  $\omega \rightarrow \Omega$ . В тази статия сме представили инерчния момент  $I = J/\Omega$  и заедно от [12]:

$$I = \frac{8\pi G}{3} \int_0^{r_s} A^4(\varphi)(\rho + p)e^{\Lambda-\Phi} r^4 \left( \frac{\omega}{\Omega} \right) dr \quad (12)$$

### 3 Числени резултати

На следващите редове ще разгледаме общи ограничения върху параметрите на СТТ с куплираща функция  $A(\varphi) = \exp(\frac{1}{2}\beta\varphi^2) \Leftrightarrow \alpha(\varphi) = \beta\varphi$ . Изборът на куплираща функция с този вид е важен, тъй като тя фиксира СТТ теория, която в режим на слаби гравитационни полета сходя към ОТО и като цяло преминава всички наблюдатели тестове. Единствено изключение са случаите на силни гравитационни полета, където ефектите от скаларно поле не са пренебрежителни. Такъв е случаят с бинарни системи, които обикновено се състоят от две неутронни звезди, или неутронна звезда с бяло джудже. Списък с такива обекти може да се намери в [9], както и наскоро откритата PSR J0348+0432 [10].

Тъй като излъчването на гравитационни вълни съвпада много добре с предреченото от ОТО, трябва да наложим ограничение върху  $\beta$  за

### Бавно въртящи се неутронни звезди в СТТ с масивно поле

случаите на безмасово скаларно поле, което да води до пренебрежимо излъчване на скаларното поле за съответните системи. Поради това настоящите наблюдателни данни водят до изискване  $\beta > -4.5$ . Това стеснява интервала от допустими стойности, тъй като скаларизация се наблюдава при  $\beta \in (-4.35; -3.9)$ .

От друга страна, ако разгледаме случая с масивно скаларно поле, както е направено в [11], може да видим, че масата успешно потиска скаларните гравитационни вълни и значително разширява интервала от допустими стойности за  $\beta$ . По-точно казано, ако Комптоновата дължина на скаларното поле  $\lambda_\varphi$  е много по-малка от разстоянието между двете звезди в бинарната система, което да отбележим с  $r_b$ , тогава излъчваните скаларни вълни ще бъдат пренебрежими. Следователно най-силното условие върху  $\lambda_\varphi$ , а и следователно върху  $m_\varphi$ , ще дойде от бинарна система с най-малко орбитално разстояние. От [10] можем да видим, че типичното разстояние е от порядъка  $10^9$  m, което води до

$$m_\varphi \gtrsim 10^{-16} \text{eV} \quad (13)$$

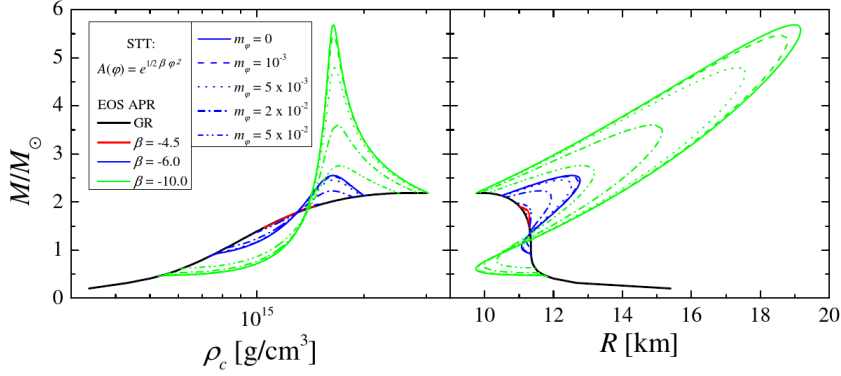
Горна граница върху  $m_\varphi$  може да намерим като поискаме масата да **не** пречи за появяването на скаларизация, така че това води до

$$m_\varphi \lesssim 10^{-9} \text{eV} \quad (14)$$

За решаването на задачата се използва методът на престрелката относно скаларното поле, метричната функция  $\Phi$  и  $\omega$ . След като се зададат стойности за масата на скаларното поле, куплиращия параметър  $\beta$ , решението се фиксира от стойността на централната плътност на енергията  $\rho_c$  и избора на уравнение на състоянието – в случая APR EOS. Резултатите са в много добро съгласие с тези в [11].

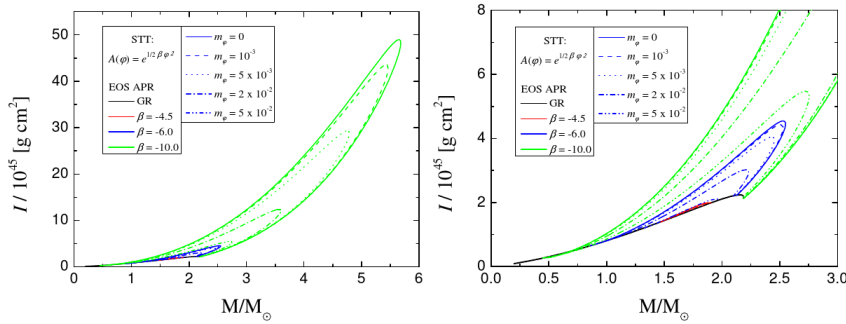
В случая на  $A(\varphi) = \exp(\frac{1}{2}\beta\varphi^2)$  имаме неединственост на решенията, тъй като в тях винаги случаят без скаларно поле е решение, но за някои районни на параметричното пространство съществува допълнително решение със същите централна плътност, но ненулево скаларно поле.

На фигура 1 имаме масата като функция на централната плътност и радиуса, всяка представена с различни комбинации на  $\beta$  и скаларното поле  $m_\varphi$ . От нея се вижда, че имам очакваните малки отклонения от ОТО за случая на безмасово скаларно поле  $m_\varphi = 0$  и стойности на куплиращия параметър  $\beta \gtrsim -4.5$ . Нещата значително се променят, когато той започва да нараства, и, както виждаме, максималната маса и радиус на неутрона звезда са в пъти по-големи от очакваните в ОТО.



Фигура 1: Масата като функция на централната плътност (лявата част) и като функция на радиуса (дясната част) за EOS APR. Резултатите са за различни стойности на куплираща константа  $\beta$  и мака на скаларното поле  $m_\varphi$ .

На същата фигура виждаме ефекта от увеличаване на масата на скаларното поле. При това положение неговата Комптонова дължина намалява, което ефективно потиска влиянието му и отклонението от ОТО намалява, като при случая на  $m_\varphi \rightarrow \infty$  напълно схожда към ОТО. По конкретно резултатите ни показват, че СТТ с масивно поле не може да доведе до по-големи отклонение от ОТО, а точно обратното – позволява значително по-голям интервал от стойности за куплиращия параметър.



Фигура 2: Момент на инерцията като функция на масата за EOS APR. Дясната част е увеличение на лявата. Резултатите са за различни стойности на куплираща константа  $\beta$  и мака на скаларното поле  $m_\varphi$ .

### Бавно въртящи се неутронни звезди в СТТ с масивно поле

На фигура 2 имаме зависимостта на инерчния момент  $I$  от масата, като десният панел е увеличение на левия. Лесно се вижда, че инерчният момент се увеличава с порядък в сравнение с ОТО за случая на  $\beta = 10$ . Този резултат е важен, тъй като в близко бъдеще се очаква да е възможно наблюдението на инерчните моменти на бинарни системи, което, макар не само по себе си, ще помогне за определяне на свободните параметри на теорията [13].

От тези резултати става ясно, че количественото поведение на масата и инерчният момент е практически сходно и резултатите за малки  $\beta$  и големи  $m_\varphi$  практически се прекриват с тези за големи  $\beta$  и малки  $m_\varphi$ . Това означава, че наблюдаването единствено на масите, радиуса и инерчния момент може да покаже за отклонения от ОТО, но не може да подсказва от какво се дължи то – дали от промяна на  $\beta$ , или на  $m_\varphi$ . Тази разлика може да се направи само при използването на допълнителни методи като например гравитационните вълни, излъчени от бинарни системи [?, 14, 16].

#### 4 Заключение

В заключение – бавно въртящите се неутронни звезди в СТТ с безмасово поле с параметри на теорията, които са в съгласие с предсказанията от експеримента стойности, не се различават много от ОТО. Включването на маса променя значително картината, тъй като то подиска скаларното поле на разстояние от порядъка на неговата Комптонова дължина на вълната, което значително разширява интервала от допустими куплиращи параметри. За жалост само наблюдението на масата, радиуса и момента на инерцията не са достатъчни за определяне на точните стойности на СТТ с масивно поле, което налага нуждата за използване на други астрофизични методи като например засичането на гравитационни вълни.

#### Bibliography

- [1] T. Damour and G. Esposito-Farese, *Physical Review Letters* **70**, 2220 (1993)
- [2] T. Damour and G. Esposito-Farese, *Phys. Rev. D* **54**, 1474(1996).
- [3] T. Harada, *Progress of Theoretical Physics* **98**, 359 (1997)
- [4] T. Harada, *Phys. Rev. D* **57**, 4802 (1998).
- [5] M. Salgado, D. Sudarsky, and U. Nucamendi, *Phys. Rev. D* **58**, 124003 (1998)
- [6] P. Pani, C. F. B. Macedo, L. C. B. Crispino, and V. Cardoso, *Phys. Rev. D* **84**, 087501 (2011)
- [7] H. Sotani, *Phys. Rev. D* **86**, 124036 (2012).
- [8] D. D. Doneva, S. S. Yazadjiev, N. Stergioulas, and K. D. Kokkotas, *Phys. Rev. D* **88**, 084060 (2013)

С. Язаджиев, Д. Донева, Д. Попчев

- [9] P. C. C. Freire, N. Wex, G. Esposito-Farese, J. P. W. Verbiest, M. Bailes, B. A. Jacoby, M. Kramer, I. H. Stairs, J. Antoniadis, and G. H. Janssen, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **423**, 3328 (2012).
- [10] J. Antoniadis, P. C. Freire, N. Wex, T. M. Tauris, R. S. Lynch, et al., *Science* **340**, 6131 (2013)
- [11] F. M. Ramazanoglu and F. Pretorius, ArXiv e-prints (2016), 1601.07475
- [12] J. B. Hartle, *ApJ* 150, 1005 (1967)
- [13] J. M. Lattimer and B. F. Schutz, *ApJ* 629, 979 (2005).
- [14] E. Barausse, C. Palenzuela, M. Ponce, and L. Lehner, *Phys. Rev. D* **87**, 081506 (2013)
- [15] C. Palenzuela, E. Barausse, M. Ponce, and L. Lehner, *Phys. Rev. D* **89**, 044024 (2014).
- [16] M. Shibata, K. Taniguchi, H. Okawa, and A. Buonanno, *Phys. Rev. D* **89**, 084005 (2014).